

文章编号 1005-0388(2013)06-1178-05

一种电大目标散射特性的核外并行快速算法

吴君辉¹ 曹祥玉¹ 袁浩波² 高 军¹ 封同安¹

(1. 空军工程大学信息与导航学院, 陕西 西安 710077;

2. 西安电子科技大学 天线与微波技术国防重点实验室, 陕西 西安 710071)

摘 要 矩量法计算电大目标雷达散射截面(Radar Cross Section, RCS)将消耗巨大计算机资源. 采用自适应交叉近似算法(Adaptive Cross Approximation Algorithm, ACA)降低了计算量和存储量, 同时结合核外求解技术, 并对算法进行了并行化处理, 从而进一步降低了大型计算对计算硬件的需求, 提高了计算速度. 通过算例证明了该算法在不损失矩量法精度的前提下可大幅缩减计算时间和内存需求.

关键词 自适应交叉近似算法; 矩量法; 核外求解; 并行计算

中图分类号 TN011

文献标志码 A

A parallel out-of-core fast algorithm for scattering characteristic of electrically large target

WU Junhui¹ CAO Xiangyu¹ YUAN Haobo² GAO Jun¹ FENG Tongan¹

(1. School of Information and Navigation, Air Force Engineering University,

Xi'an Shaanxi 710077, China; 2. Key Lab of Antennas and Microwave Technology,

Xidian University, Xi'an Shaanxi 710077, China)

Abstract radar cross section(RCS) calculation of electrically large target using method of momen costs huge computer resource. The adaptive cross approximation (ACA)algorithm was applied to reduce the computation complexity and storage. Combined with the out-of-core solve technology, the above algorithm was paralleled to reduce hardware cost of large computation and improve compute speed further. Through a numerical example, it proves that the memory and compute time is reduced by this algorithm without losing the accuracy of method of moment (MoM).

Key words adaptive cross approximation algorithm; method of moment; out-of-core solve; parallel calculation

引 言

矩量法(method of moments, MoM)作为一种严格的数值方法, 可以精确分析目标的雷达散射截面(Radar Cross Section, RCS), 随着计算机技术的发展, 得到了越来越广泛的应用. 但它在处理电大

尺寸目标问题时, 随着未知量数目的增多, 所需时间和计算资源急剧上升. 为降低 MoM 所需内存和计算量, 出现了多种快速算法. 其中自适应交叉近似算法^[1](Adaptive Cross Approximation Algorithm, ACA)是利用线性相关性来对低秩矩阵进行压缩, 可将存储量和计算量降为 $O(N^{4/3} \log N)$. 由于 ACA

收稿日期: 2013-01-16

资助项目: 国家自然科学基金(60671001, 61072018, 61271100); 陕西省自然科学基金(2010JZ010, 2012JM8003)

联系人: 吴君辉 E-mail: wjhyouxiang@163.com

算法是从分组入手,将阻抗矩阵分解成一系列子矩阵块并对其进行压缩,所以,算法本身需要对阻抗矩阵进行分组^[2],这与核外求解^[3]不谋而合,将阻抗矩阵按 ACA 分组压缩后存储在硬盘中,计算时每次只将计算所需的分组子矩阵读入内存。同时,为加快求解速度,可以采用并行计算^[4-6]的方法,由不同的进程分别完成不同分组的填充、压缩和求解。总而言之,ACA 算法的分组特性使得核外并行计算无需额外的工作量进行分块和分配进程,非常适合于进行核外并行化设计。

1 ACA 算法基本原理

ACA 算法是利用远场组所形成的阻抗矩阵具有的低秩特性,对其进行分解,用一对具有低秩特性的矩阵块来代表 MoM 中的远场相互作用,从而有效地对矩阵块进行压缩^[7]。如图 1 所示,白色区域为自作用组,浅色区为近场组,不具有低秩特性,完全存储 MoM 阻抗矩阵填充的计算结果;而深色区域为远场组,可以采用 ACA 算法进行分解压缩。 $\mathbf{Z}^{m \times n}$ 代表 MoM 中两个远场组的互阻抗^[8],ACA 算法采用两个满秩矩阵乘积的形式构造 $\tilde{\mathbf{Z}}^{m \times n}$ 来近似表达 $\mathbf{Z}^{m \times n}$,即:

$$\mathbf{Z}^{m \times n} \approx \tilde{\mathbf{Z}}^{m \times n} = \mathbf{U}^{m \times r} \mathbf{V}^{r \times n} = \sum_{i=1}^r \mathbf{u}_i^{m \times 1} \mathbf{v}_i^{1 \times n}. \quad (1)$$

式中: r 为矩阵 $\mathbf{Z}^{m \times n}$ 的有效秩; $\mathbf{U}^{m \times r}$ 和 $\mathbf{V}^{r \times n}$ 为两个满秩矩阵。秩 r 的选取根据下式得到^[9]:

$$\|\mathbf{R}^{m \times n}\| = \|\mathbf{Z}^{m \times n} - \tilde{\mathbf{Z}}^{m \times n}\| \leq \epsilon \|\mathbf{Z}^{m \times n}\|. \quad (2)$$

式中: ϵ 为误差迭代门限; $\mathbf{R}$ 为误差矩阵; $\|\cdot\|$ 是矩阵的 Frobenius 范数。

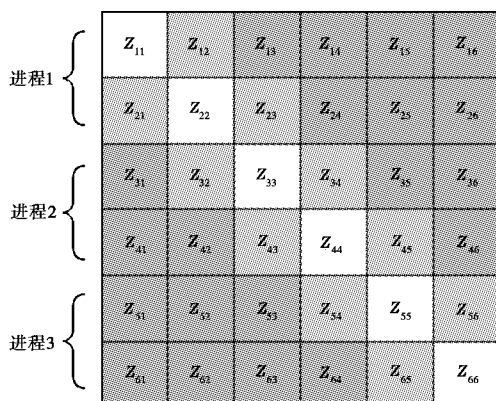


图 1 阻抗矩阵分组示意图

当 $\mathbf{Z}^{m \times n}$ 用 $\mathbf{U}^{m \times r}$ 和 $\mathbf{V}^{r \times n}$ 两个矩阵表示时,存储量由 $m \times n$ 变为 $r \times (m+n)$ 。若 $r \times (m+n) < m \times n$ (通常 $r \ll \min(m, n)$), 则 ACA 算法只需保存

$\mathbf{U}^{m \times r}$ 和 $\mathbf{V}^{r \times n}$ 这两个规模较小的矩阵,从而实现了矩阵的压缩。

2 核外并行计算

2.1 阻抗矩阵填充的核外并行化设计

ACA 算法的阻抗矩阵填充是按分组逐块进行的,可以由不同进程填充并压缩不同子矩阵块。由于每个子矩阵块可以独立计算无需通信,并且每个分组计算量相似,只需简单的按分组行进行进程分配,将分组行平均的分为 N 片,分别分配给 N 个进程。如图 1 中,ACA 算法将基函数分为 6 组,则阻抗矩阵由 6×6 的子矩阵组成,由三个进程并行运算,则整个矩阵分为三个行条带,每个进程包含两行子矩阵分组。

RWG(Rao-Wilton-Glisson)基函数是用共边的三角形作为基本面元形式,由于三角形具有良好的描述复杂模型的能力,并且 RWG 基函数易于实现 ACA 算法的分组,采用 RWG 函数作为基函数和权函数。由于基函数和权函数定义在三角形的公共边上,一个阻抗矩阵元素 Z^{mn} 的计算要涉及到源三角形对中的 T_n^+ 、 T_n^- 与场三角形对中的 T_m^+ 、 T_m^- 之间的四次相互作用,分别记为 $T_n^+ T_m^+$ 、 $T_n^+ T_m^-$ 、 $T_n^- T_m^+$ 、 $T_n^- T_m^-$,将这两个三角形对的四项位函数积分结果乘以合适的系数累加后,方可获得阻抗矩阵元素的完整值^[10]。也就是说如果每个阻抗矩阵元素都独立计算势必会重复计算源面片与场面片的作用。ACA 算法的分组不是简单的将阻抗矩阵划分为若干个子矩阵,而是将模型进行分片,使同一分组的基函数在模型中对应的位置在同一片连续的区域中。所以,位于同一个三角形的三条公共边通常位于同一个分组中,即相同的源三角形和场三角形将与同一子矩阵中的 9 个元素有关,最多将重复计算 8 次。为避免重复计算,在每个子矩阵的计算过程中,动态的建立一个二维数组 $T_{mn}(m, n)$, m 为子矩阵中涉及的场三角形个数, n 为子矩阵中涉及的源三角形个数,若某两个源三角形和场三角形的相关位函数已被计算过,将其记录在 T_{mn} 数组的相应位置中。当另一个阻抗矩阵元素的计算中包含此位函数,则可以直接带入,无需重新计算。阻抗矩阵并行填充的具体流程如图 2 所示。

当一个子矩阵完成填充和压缩后,将这个子矩阵的数据写入文件存储到硬盘上^[3],可以释放占用的内存,用于进行下一个子矩阵块的计算,从而在一定程度上解决内存不足的问题。

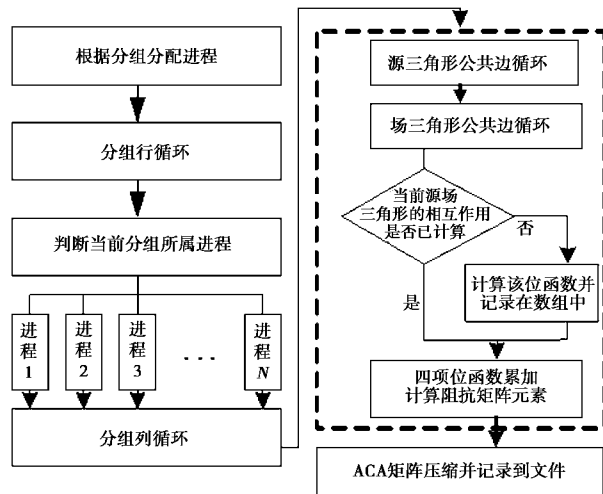


图 2 核外并行填充流程示意图

2.2 核外并行 CGNR 求解矩阵方程

当整个阻抗矩阵压缩并记录完毕后,即开始对矩阵方程进行求解. 针对上述核外存储方式,采用与矩阵填充相同的并行分配方式进行共轭梯度残差法(conjugate gradient residual method, CGNR)迭代求解.

CGNR 提速的关键步骤就是计算阻抗矩阵 A 与向量 x 以及厄米矩阵 A^+ 与 x 的矩阵向量乘积运算. 因此,首先讨论如何并行求解 Ax 、 A^+x . 对于 Ax ,仍将矩阵分为三个行条带,分别由三个进程求解,如图 3 所示.

由于每个进程的计算都需要用到向量 x 的全部值,在计算前需要由主进程向其它两个进程发送向量 x 的值. 阻抗矩阵每行由六个子矩阵组成,根据矩阵填充和压缩的顺序,是按照从左到右的顺序依次存储在每个进程所属的核外文件中. 出于内存容量有限的考虑,每次只从核外读取一块子矩阵的数据,并与 x 的相应区域作矩阵矢量乘,记录下结果后再读取下一组数据,分块如图 4 所示. 当一行分组读取完毕后,将结果全部累加,即可得到该行所对应的结果向量 w 部分区域的值,例如第一行的

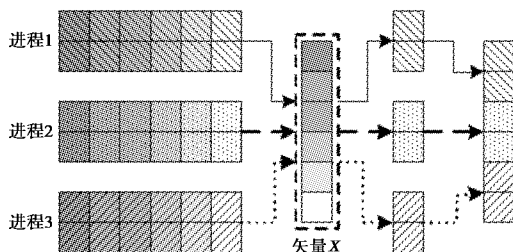


图 3 各进程的子矩阵与向量相乘

计算可表达为:

$$w_1 = Z^{11}x_1 + Z^{12}x_2 + Z^{13}x_3 + Z^{14}x_4 + Z^{15}x_5 + Z^{16}x_6 \quad (3)$$

当三个进程分别计算完毕后,将结果汇总至主进程组合起来,即可得到最终的结果向量 w . A^+x 的计算可采用相同方法并行计算,这里不再赘述.

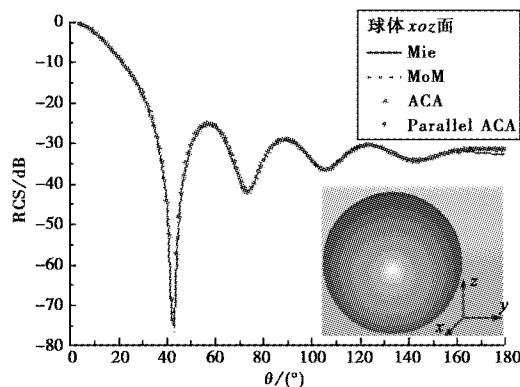
$$\begin{bmatrix} Z^{11} & Z^{12} & Z^{13} & Z^{14} & Z^{15} & Z^{16} \\ Z^{21} & Z^{22} & Z^{23} & Z^{24} & Z^{25} & Z^{26} \\ Z^{31} & Z^{32} & Z^{33} & Z^{34} & Z^{35} & Z^{36} \\ Z^{41} & Z^{42} & Z^{43} & Z^{44} & Z^{45} & Z^{46} \\ Z^{51} & Z^{52} & Z^{53} & Z^{54} & Z^{55} & Z^{56} \\ Z^{61} & Z^{62} & Z^{63} & Z^{64} & Z^{65} & Z^{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \\ w_3 \\ w_4 \\ w_5 \\ w_6 \end{bmatrix}$$

图 4 阻抗矩阵与向量的分组

3 计算实例

算例所采用的计算机配置为 Intel 3.6 GHz CPU, 2GB 内存, 160 G 硬盘.

计算如图 5 所示金属圆球的 RCS 并与 Mie 级数对比以验证算法的准确性. 球半径为 1 m, 剖分尺寸 0.06 m, 剖分为 2 724 个三角形面片, 未知数 4 086 个. 激励平面波的频率为 300 MHz, 由 $-z$ 方向入射, 沿 x 方向极化. 如图 5 所示, 核外并行 ACA、ACA 算法与 MoM 计算结果一致, 与 Mie 级数结果吻合良好, 说明 ACA 算法不损失 MoM 计算精度, 且核外并行计算不影响 ACA 的计算结果.

图 5 球体 xoz 面上归一化 RCS

接着为进一步验证算法求解电大问题有效性和稳定性, 计算一金属导弹模型, 电尺寸约 $14\lambda \times 12\lambda \times 3\lambda$, 剖分为 30 780 个三角形面片, 未知数为 46 170. MoM 理论需内存 16.26 GB, 超过普

通计算机物理内存,采用 ACA 算法需占用内存 1.91 GB,也超过了单机计算机的可用内存.采用核外并行 ACA 算法可以计算得到导弹的 RCS,结果如图 6 所示.

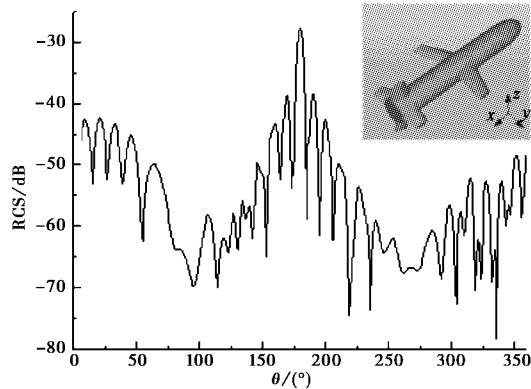


图6 金属导弹 xoz 面 RCS

表 1 记录了采用不同进程数,核外并行 ACA 算法的矩阵填充和迭代求解时间情况,可见,并行的进程越多,计算时间越短,可以有效提高计算效率.在采用双进程计算时加速比可达到 1.9,比较接近理想值 2,当进程增多时,加速比的提高比例变小,这是由于进程越多,进程间通信时间占的比例越大造成的.因此如何降低通信时间,也是将来研究的一个重要方面.

表 1 不同进程数性能比较

进程数	填充时间/s	求解时间/s	总时间/s	加速比
1	1 933	39 786	41 719	1
2	1 417	20 435	21 852	1.90
4	957	11 155	12 112	3.44
8	644	5 699	6 343	6.58

4 结 论

计算机物理内存的限制是求解电大物体 RCS 的瓶颈.核外求解技术通过硬盘读写释放了内存空间,并行计算可以分解计算压力,提高计算速度.结合 ACA 算法本身对矩量法存储量和计算量的降低,核外并行 ACA 算法可以大大提高计算机的计算能力,降低大型计算的硬件需求和计算时间.计算结果表明:此算法有效地降低了计算所需内存空间和计算时间,并且不影响计算精度.

参考文献

- [1] BEBENDORF M. Approximation of boundary element matrices [J]. Numer Math, 2000, 86(4): 565-589.
- [2] ZHAO K, VOUVAKIS M N, LEE J F. The adaptive cross approximation algorithm for accelerated method of moments computations of EMC problems [J]. IEEE Trans EMC, 2005, 47(4): 763-773.
- [3] 徐晓飞, 曹祥玉, 高 军, 等. 基于核外求解方法的电大目标散射特性计算 [J]. 电波科学学报, 2010, 25(4): 679-683.
- [4] XU Xiaofei, CAO Xiangyu, GAO Jun, et al. Scattering calculation of electrically large targets based on out-of-core solving method [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2010, 25(4): 679-683. (in Chinese)
- [5] 袁 军, 邱 扬, 刘其中, 等. 自适应多层快速多极子算法及其并行算法 [J]. 电波科学学报, 2008, 23(3): 454-459.
- [6] YUAN Jun, QIU Yang, LIU Qizhong, et al. Adaptive multilevel fast multipole algorithm and its parallel algorithm [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2008, 23(3): 454-459. (in Chinese)
- [7] JAIME L, MARCOS R P, RAJ M, et al. Parallelized multilevel characteristic basis function method for solving electromagnetic scattering problems [J]. Microwave and Optical Technology Letters, 2009, 51(12): 2963-2969.
- [8] 潘小敏, 盛新庆. 电特大复杂目标电磁特性的高效精确并行计算 [J]. 电波科学学报, 2008, 23(5): 888-893.
- [9] PAN Xiaomin, SHENG Xinqing. Efficient and accurate parallel computation of electromagnetic scattering by extremely large targets [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2008, 23(5): 888-893. (in Chinese)
- [10] SHAEFFER J. Direct solve of electrically large integral equations for problem size to 1M unknowns [J]. Antennas and Propagation, 2008, 56(8): 2306-2313.
- [11] YAN Ying, ZHANG Yu, ZHAO Xunwang. Time-domain method of moments accelerated by adaptive cross approximation algorithm [J]. APSURSI, 2012, 8(14): 1-2.
- [12] GUO Han, HU Jun, NIE Zaiping. Accelerating calderón multiplicative preconditioner with multi-grade adaptive cross approximation algorithm [J]. APSURSI, 2011, 3(8): 201-204.
- [13] 张 玉, 王 萌, 梁昌洪, 等. PC 集群系统中 MPI 并行矩量法研究 [J]. 电子与信息学报, 2005, 27(4): 647-650.

ZHANG Yu, WANG Meng, LIANG Changhong, et al. Study of parallel MoM on PC clusters[J]. Journal of Electronic & Information Teohnology, 2005, 27 (4):647-650. (in Chinese)

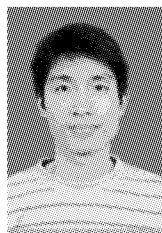
作者简介



吴君辉 (1985—), 女, 湖南人, 博士生, 研究方向为电磁场数值计算.



曹祥玉 (1964—), 女, 陕西人, 空军工程大学教授, 博士生导师, 研究方向为电磁场数值计算、天线、电磁兼容等.



袁浩波 (1980—), 男, 西安电子科技大学副教授, 硕士生导师, 研究方向为电磁场数值计算.

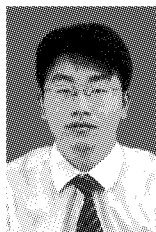
(上接第 1157 页)

Ocean [D]. California: Naval Postgraduate School, 2007.

- [19] GUO X M, KANG S F, ZHANG Y S. Comparison of evaporation duct models with meteorology grads tower measurements[C] //10th International Symposium on Antennas, Propagation & EM Theory, Xi'an 2012:620-623.

- [20] 王继光, 赵中军, 王玉国. 海上靶场试验水文气象保障[M]. 北京: 国防工业出版社, 2007.

作者简介



郭相明 (1981—), 男, 河南人, 工程师, 中国电波传播研究所, 主要研究方向为无线电气象.

康士峰 (1966—), 男, 河南人, 研究员, 博士, 中国电子学会高级会员. 主要从事电磁散射理论、电波环境机理与预报、微波遥感等方面研究工作.

韩 杰 (1981—), 男, 山东人, 工程师. 主要研究方向为海杂波反演、大气波导模拟和预报.

张玉生 (1969—), 男, 河南人, 高级工程师. 主要研究方向为无线电气象.

王红光 (1980—), 男, 河南人, 高级工程师, 在读博士. 主要研究方向为对流层电波传播、分形信号处理、海杂波特性和分析.

张守宝 (1985—), 男, 山东人, 工程师. 主要研究方向为海雾和大气波导的模拟和预报.