

文章编号 1005-0388(2011)02-0388-06

平面波在时域有限差分法中的引入方法研究

柴焱杰¹ 孙继银¹ 孙东阳² 胡 寅³

(1. 第二炮兵工程学院, 陕西 西安 710025; 2. 西北核技术研究所, 陕西 西安 710024;

3. 第二炮兵指挥学院, 湖北 武汉 430012)

摘要 基于角点延迟的思想,研究了时域有限差分(FDTD)法中,两种在连接边界上引入平面波的方法——一维平面波推进法和解析法。仿真结果表明:一维平面波推进法与解析法同样有效;一维平面波推进法很大程度上抵消了 FDTD 法的数值色散误差,溢出波较少,而解析法出现了较多的溢出波;使用一维平面波推进法时,减小网格尺寸能够进一步减小溢出波。

关键词 高空核爆电磁脉冲(HEMP);平面波;时域有限差分法;连接边界

中图分类号 TJ91

文献标志码 A

1. 引言

时域有限差分法(FDTD, The finite difference time domain method)是研究电磁问题的一种迅速发展的仿真计算方法,能够在时域直接计算得到宽带结果,适合于分析复杂电磁系统。引入平面波激励源是各类电磁仿真研究的重要内容,是进行场效应计算的基础前提^[1-5]。FDTD 中,仿真平面波激励源时使用总场-散射场(TF-SF)连接边界条件^[6],如图 1 所示。

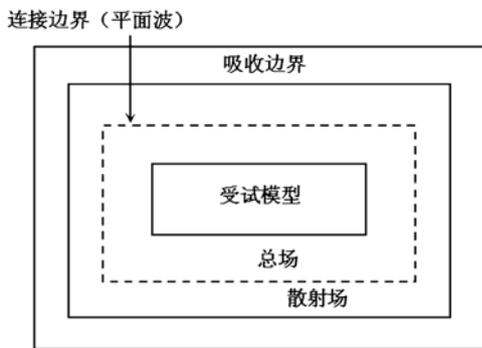


图 1 FDTD 总场-散射场计算模型

根据等效原理,在连接边界上设置平面波的等效面电磁流,并设平面外的场为零,就可将入射波只

引入到总场区。连接边界上的等效电磁流为

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{J} &= -\mathbf{e}_n \times \mathbf{H}_i \\ \mathbf{J}_m &= \mathbf{e}_n \times \mathbf{E}_i \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

式中: \mathbf{e}_n 为面的外法向; \mathbf{E}_i 、 \mathbf{H}_i 分别为入射电场(V/m)和入射磁场(A/m)。通常使用球坐标系描述平面波激励源的传播方向和极化状态,使用三维直角坐标系进行 FDTD 迭代运算,因此,需要解决平面波激励源的投影问题,如图 2 所示^[7]。

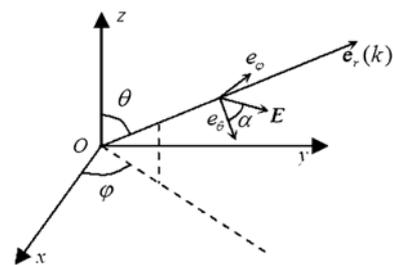


图 2 HEMP 平面波使用的球坐标系

图 2 中 α 是极化角,坐标系中的原点 O 位于连接边界贴近三维直角坐标系中 FDTD 计算空间原点的那个角点。由于平面波传播方向 \mathbf{k} 由角度 (θ, φ) 标定,而一般情况下 FDTD 仿真计算模型位于第一卦限中,因此,当入射角超越这个范围,将会引起平面波不能“照射”(引入)到计算区域内的情

收稿日期: 2010-05-15

联系人: 柴焱杰 E-mail: chaiyanjie2005@163.com

况。为方便研究,使计算模型更为灵活、符合实际情况,研究两种任意角度引入平面波激励源的方法,并对其仿真效果进行评价。

2. 理论分析

2.1 基于角点延迟引入任意角度平面波^[6-9]

为使任意角度平面波能够入射到仿真实空间,将三维 FDTD 连接边界上的八个角点编号 $O_1 \sim O_8$,如图 3 所示。角点延迟的思想是,当平面波以任意角度 (θ, φ) 入射该区域时,无论该角度是多少,总可以认为该平面波是以其中某一角点出发引入进来的。

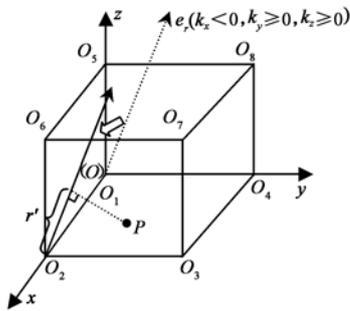


图 3 连接边界上的角点编号

由于平面波传播方向 k 在直角坐标系中的投影为

$$\begin{aligned} e_r &= (k_x, k_y, k_z) \\ &= (\sin\theta\cos\varphi, \sin\theta\sin\varphi, \cos\theta) \end{aligned} \quad (2)$$

因此,三个分量 k_x, k_y, k_z 反映了从原点 O 出发的 k 在哪个卦限的信息,从而可选择某一角点作为基准点 O_s ,用以计算一维平面波相对一维源点的延迟距离。设点变量 $O_s(INCX, INCY, INCZ)$ 是平面波的出发点,依据 k_x, k_y, k_z 的符号可按表 1 的选择条件确定基准点 O_s 。

表 1 基准点 O_s 的确定

| 选择条件 | O_s | 选择条件 | O_s |
|--------------------------------------|-------|-----------------------------------|-------|
| $k_x \geq 0, k_y \geq 0, k_z \geq 0$ | O_1 | $k_x \geq 0, k_y \geq 0, k_z < 0$ | O_6 |
| $k_x < 0, k_y \geq 0, k_z \geq 0$ | O_2 | $k_x < 0, k_y \geq 0, k_z < 0$ | O_7 |
| $k_x < 0, k_y < 0, k_z \geq 0$ | O_3 | $k_x < 0, k_y < 0, k_z < 0$ | O_8 |
| $k_x \geq 0, k_y < 0, k_z \geq 0$ | O_4 | $k_x \geq 0, k_y < 0, k_z < 0$ | O_5 |

图 3 中同时示出了以 O_2 点作为基准点 O_s 的情况。当入射平面波的方向矢量 e_r 满足条件: $k_x < 0, k_y \geq 0, k_z \geq 0$, 此时平面波将入射到第二卦限。选择 O_2 点作为基准点 O_s , 即平移原入射方向, 就能够保证平面波进入到 FDTD 总场空间中。

确定基准点 O_s 后, 为满足连接边界条件, 需要计算连接边界上各点的电场和磁场。根据平面波的特点(波阵面内的各场量均匀、相等), 某点场量的获取依赖于该点与源阵面(从基准点 O_s 出发)垂直方向的延迟距离。设连接边界上有某点 $P = (P_x, P_y, P_z)$, 则 $\overrightarrow{O_s P}$ 在 e_r 上的投影长度 r' 即表示平面波自 O_s 点出发至 P 点垂直方向的延迟距离(见图 3 中位于 $O_2 O_3 O_7 O_6$ 平面上的 P 点), 为

$$\begin{aligned} r' &= \overrightarrow{O_s P} \cdot e_r \\ &= (P_x - INCX) \sin\theta_i \cos\varphi_i + \\ &\quad (P_y - INCY) \sin\theta_i \sin\varphi_i + \\ &\quad (P_z - INCZ) \cos\theta \end{aligned} \quad (3)$$

根据延迟距离 r' 计算出某点的场量后, 即可转换为连接边界上该点的切向场分量:

$$\left. \begin{aligned} E_{x,i} &= E_i \times (-\sin\varphi_i \sin\alpha + \cos\theta_i \cos\varphi_i \cos\alpha) \\ E_{y,i} &= E_i \times (\cos\varphi_i \sin\alpha + \cos\theta_i \sin\varphi_i \cos\alpha) \\ E_{z,i} &= -E_i \times \sin\theta_i \cos\alpha \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} H_{x,j} &= (E_i / Z_0) \times (-\sin\varphi_i \cos\alpha - \cos\theta_i \cos\varphi_i \sin\alpha) \\ H_{y,j} &= (E_i / Z_0) \times (\cos\varphi_i \cos\alpha - \cos\theta_i \sin\varphi_i \sin\alpha) \\ H_{z,i} &= (E_i / Z_0) \times \sin\theta_i \sin\alpha \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

由式(4)、(5)计算出的电、磁切向场分量可实现任意角度平面波在三维 FDTD 中的传播。根据延迟距离 r' 计算场量的方法主要有两种——一维平面波推进法和解析法。需要注意的是, 无论是一维平面波推进法还是解析法, 由于电场 E 和磁场 H 在空间上相隔半个空间步, 而在八个基准点 O_s 上均没有场量, 因此需要仔细推算连接边界上的场点与基准点之间的实际距离 r' , 这是实现正确投影和坐标系统转换的前提。

2.2 一维平面波推进法

一维平面波推进法将入射平面波用一维 FDTD 随时间逐步推进的方式提供连接边界上的切向场分量。一维 FDTD 平面波由式(6)表述。

$$\left. \begin{aligned} E_{x,i}^{n+1}(k) &= E_{x,i}^n(k) - \frac{\Delta t}{\epsilon \Delta z} \left[H_{y,i}^{n+1/2}(k + \frac{1}{2}) - \right. \\ &\quad \left. H_{y,i}^{n+1/2}(k - \frac{1}{2}) \right] \\ H_{y,i}^{n+1/2}(k + \frac{1}{2}) &= H_{y,i}^{n-1/2}(k + \frac{1}{2}) - \\ &\quad \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} [E_{x,i}^n(k+1) - E_{x,i}^n(k)] \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

一维 FDTD 场点的网格其时间步长、空间步长

与三维 FDTD 计算空间相同。一维 FDTD 区域的边界应留有若干网格以便加入吸收边界条件。一维 FDTD 总长度与总场空间(连接边界内的区域)有关,应满足条件

$$L \geq \sqrt{ZNX^2 + ZNY^2 + ZNZ^2} + 2 \times UNZ \quad (7)$$

式中: ZNX 、 ZNY 、 ZNZ 是三维 FDTD 中总场空间三个方向上的长度(网格数); UNZ 是一维 FDTD 吸收边界的厚度(网格数)。

r' 标明了一维 FDTD 平面波上与三维 FDTD 连接边界中的 P 点所对应的坐标位置。 r' 有时可能不是整数,设 $r' = (p + \omega) \Delta x$, $0 < \omega < 1$, 可采用线性插值的方法计算出该点的场值,即

$$E_{x,i}^n(i, j, k + 1/2) = (1 - \omega) E_{x,i}^n(p) + \omega E_{x,i}^n(p + 1) \quad (8)$$

式(8)中的 $E_{x,i}^n$ 即式(4)、式(5)中的 E_i 。

2.3 解析法

解析法同样基于角点延迟的思想,所不同的是不使用一维 FDTD 平面波作为驱动,而是通过平面波传播公式得到连接边界上各离散点的场值。设连接边界上某点为 $P = (P_x, P_y, P_z)$, 则获取基准点 O_s 、求取 $\overrightarrow{O_s P}$ 投影长度的计算方法仍同式(6)、(7),不同的是,由于基准点 O_s 是平面波的实际出发点,投影长度 r' 是 P 点与基准点 O_s 的实际传播延迟距离,在 P 点的电场可按式(9)直接计算。

$$E_i^n = E_i^{n - \frac{r'}{c}} = E_i(n \Delta t - \frac{r'}{c}) \quad (9)$$

由式(9)得到连接边界上某点的理论计算值,计算结果 E_i^n 作为 E_i 代入式(4)、(5)中,并将得到的电、磁切向场分量应用到连接边界上,即可实现以任意角度将平面波引入连接边界。可见,解析法中关键是给出连接边界上每一点的精确场值。

3. 实验结果与分析

为验证算法的正确性,选择高空核爆电磁脉冲(HEMP, High-altitude electromagnetic pulse)作为研究对象。HEMP 是指发生在 30 km 以上的高空核爆炸产生的电磁脉冲,是电磁兼容等领域研究的重要内容。当前应用比较广泛的描述 HEMP 波形的标准有 1976 年出版物标准、Bell 实验室标准和国际电工委员会(IEC)制定的 HEMP 标准等^[10]。这些对 HEMP 的描述中,将 HEMP 辐射波形拟合为双指数函数表达式,其中 IEC 制定的 HEMP 标准波形为

$$E(t) = 1.3 \times 5 \times 10^4 \times (e^{-4 \times 10^7 \times t} - e^{-6 \times 10^8 \times t}) \quad (10)$$

IEC 定义的 HEMP 时域波形和归一化频谱如图 4 所示。从图 4 可见,HEMP 峰值达到 50,000 V/m;上升时间和衰落时间分别是 2.5 ns 和 55 ns;波形能流分布的主要频段范围(能流比例在 98%)是 100 kHz~100 MHz^[11]。因此,HEMP 具有高峰值场强、快上升沿、宽频带等特点,会对电子设备构成严重威胁。

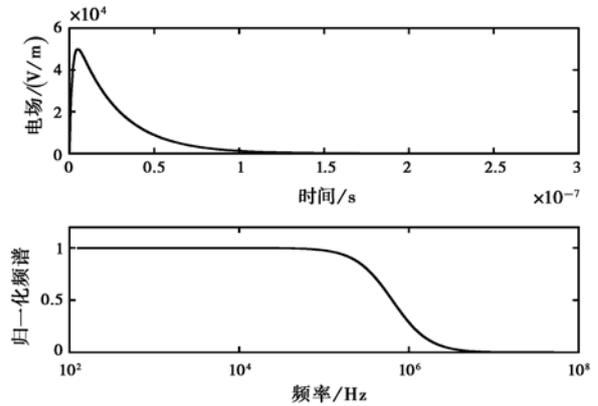


图 4 IEC 标准定义的 HEMP 波形及其归一化频谱

当使用一维平面波推进法引入 HEMP 平面波时,一维 FDTD 源点的 HEMP 脉冲波形离散化为

$$E_{x,i}^{n+1}(k_0) = 1.3 \times 5 \times 10^4 \times (e^{-4 \times 10^7 \times (n+1) \Delta t} - e^{-6 \times 10^8 \times (n+1) \Delta t}) \quad (11)$$

式中, k_0 是源点的位置,某位置的一维平面波场量由式(6)递推得出。为使用解析法引入 HEMP 平面波,延迟距离为 r' 的某点其 HEMP 的电场值离散化为

$$E_i^{n+1} = 1.3 \times 5 \times 10^4 \times (e^{-4 \times 10^7 \times ((n+1) \Delta t - \frac{r'}{c})} - e^{-6 \times 10^8 \times ((n+1) \Delta t - \frac{r'}{c})}) \quad (12)$$

3.1 计算实例

为满足 Courant 稳定性条件以及控制数值色散,可设置网格大小 $\Delta s = c / (20 f_m) = 0.15$ m, 时间步长 $\Delta t = \Delta s / (2c) = 0.25$ ns. 为便于观察,将总网格数目设置为 $90 \times 90 \times 90$, 其中总场区的网格数目为 $60 \times 60 \times 60$ 。图 5(见 413 页)是 $\theta = 90^\circ$, $\alpha = 180^\circ$, $\varphi = 0^\circ$ 时使用一维平面波推进法计算场值 E_z 随时间步推进的两个网格图片段。

为比较两种引入 HEMP 平面波方法的效果,设置 $\theta = 90^\circ$, $\alpha = 180^\circ$, $\varphi = 0^\circ, 135^\circ$, 此时电场 E 只有 z 分量。取 $z = NZ/2$ (位于计算空间一半高度的平面)为观察面。两种方法计算 HEMP 平面波传播的

等高线图如图 6(见 413 页)所示。最后,设置几种网格尺寸,对几种情况下入射电场在散射场区泄露

的最大值进行统计和比较,结果如表 2、表 3 所示。

表 2 $\varphi=0^\circ$ 时,入射电场在散射场区泄露的最大值 / (V/m)

| 网格尺寸 | 一维平面波推进法 | | | 解析法 | | |
|----------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | E_x | E_y | E_z | E_x | E_y | E_z |
| $\Delta s=c/(10\text{fm})$ | 3.3609E-11 | 3.1088E-11 | 3.7485E-11 | 1.5291E+03 | 1.6118E+02 | 6.7036E+03 |
| $\Delta s=c/(20\text{fm})$ | 6.4556E-11 | 5.7819E-11 | 4.9937E-11 | 8.7417E+02 | 8.5193E+01 | 3.4397E+03 |
| $\Delta s=c/(40\text{fm})$ | 6.6573E-11 | 5.2123E-11 | 6.5213E-11 | 4.5602E+02 | 4.4967E+01 | 1.6380E+03 |

表 3 $\varphi=135^\circ$ 时,入射电场在散射场区泄露的最大值 / (V/m)

| 网格尺寸 | 一维平面波推进法 | | | 解析法 | | |
|----------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| | E_x | E_y | E_z | E_x | E_y | E_z |
| $\Delta s=c/(10\text{fm})$ | 1.1877E+02 | 1.2739E+02 | 1.7340E+03 | 9.7771E+02 | 9.7771E+02 | 8.6824E+03 |
| $\Delta s=c/(20\text{fm})$ | 7.1136E+01 | 8.5852E+01 | 8.9121E+02 | 5.0535E+02 | 5.0535E+02 | 4.4307E+03 |
| $\Delta s=c/(40\text{fm})$ | 3.3127E+01 | 4.3937E+01 | 4.3769E+02 | 2.5414E+02 | 2.5414E+02 | 2.3297E+03 |

3.2 仿真结果分析

由图 5~6,表 2~3 可以看出:

1) $\varphi=0^\circ$ 时,基准点为 O_1 ,HEMP 平面波的 \mathbf{k} 应沿 x 轴方向; $\varphi=135^\circ$ 时,基准点为 O_2 ,HEMP 平面波的 \mathbf{k} 应沿 $-x$ 轴与 y 轴中间 45° 方向。从仿真结果可以看出,基于两种方法的场波形均沿正确的方向传播。

2) 一维平面波推进法中,由于一维 FDTD 存在的数值色散能够很大程度上抵消三维 FDTD 存在的固有数值色散,因而总场区域内的结果比较准确,总场区域外则较为纯净。解析法虽然计算出了连接边界上各点的准确值,却因不能抵消这种数值色散,而在波前附近出现了幅值较大的电场泄露;总场区域内也出现了不均匀的现象;等高线图中出现了较多的噪点,总场区中亦出现较多的曲线,这有悖于平面波的均匀特性。

3) 在一维平面波推进法的计算结果中可以发现,当 $\varphi=0^\circ$ 时,一维 FDTD 平面波与三维 FDTD 空间的网格大小吻合,没有实际的插值现象,入射电场在散射场区的泄露非常小,接近于计算机的基本计算误差,结果很理想;当 $\varphi=135^\circ$ 时,由于在 r' 为非整数的位置使用了插值的方法(如式(8)),此时亦出现了少许波的溢出现象,然而,入射电场在散射场区的泄露会随着网格尺寸的减小而减小,即减小网格尺寸能够明显降低 HEMP 的泄露。从泄露的最大值上看,一维平面波推进法要明显优于解析法。

4. 结 论

在论述基于角点延迟思想的基础上,从原理上

推导了将 HEMP 平面波引入到三维 FDTD 中的两种方法——一维平面波推进法和解析法,解决了任意入射角度 HEMP 平面波引入三维 FDTD 计算空间的问题。对 HEMP 平面波在自由空间的传播过程进行了仿真验证和比较。结果表明:两种方法都能以任意角度将平面波引入到总场区域,计算代价小;一维平面波推进法很大程度上抵消了 FDTD 法的数值色散误差,溢出波较少,而解析法出现了较多的溢出波。工程应用中如果使用一维平面波推进法,可通过适当减小网格尺寸进一步改善平面波的仿真效果。

参考文献

- [1] 刘顺坤, 聂 鑫, 陈向跃. 电磁脉冲对电缆耦合问题的理论研究[J]. 电波科学学报, 2010, 25(2): 348-352.
LIU Shunkun, NIE Xin, CHEN Xiangyue. Numerical study on cable coupling effects excited by electromagnetic pulse [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2010, 25(2): 348-352. (in Chinese)
- [2] TESCHE F M, IANNOZZI M V, KARLSSON T. EMC Analysis Methods and Computational Models [M]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1997.
- [3] SULLIVAN D M. Electromagnetic Simulation Using the FDTD Method[M]. Idaho: IEEE Press, 2000.
- [4] 高本庆, 薛正辉, 任 武. FDTD 计算中关于低频激励源问题的研讨[J]. 电波科学学报, 2009, 24(2): 213-217.
GAO Benqing, XUE Zhenghui, REN Wu. Study on low frequency exciting source in FDTD simulation [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2009, 24(2): 213-

217. (in Chinese)
- [5] 董 慧, 李清亮, 闫玉波, 等. 三维大尺寸介质目标散射问题的总场边界 PSTD 技术[J]. 电波科学学报, 2005, 20(4): 434-439.
DONG Hui, LI Qingliang, YAN Yubo, et al. Application of TB-PSTD algorithm to the scattering of 3-D large dielectric objects[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2005, 20(4): 434-439. (in Chinese)
- [6] TAFLOVE A, HAGNESS S C. Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method[M]. 2nd ed. Boston: Artech House, 2000.
- [7] 葛德彪, 闫玉波. 电磁波时域有限差分方法[M]. 2版. 西安电子科技大学出版社, 2006.
GE Debiao, YAN Yubo. The finite difference time domain method of electromagnetic[M]. 2nd ed. Xi'an Electronic Science and Technology University Press, 2006. (in Chinese)
- [8] 王长清. 现代计算电磁学基础[M]. 北京: 北京大学出版社, 2005.
WANG Changqing. Foudation of Computational Electromagnetism[M]. Beijing: Beijing University Press, 2005. (in Chinese)
- [9] 庄钊文, 袁乃昌, 莫锦军, 等. 军用目标雷达散射截面预估与测量[M]. 北京: 科学出版社, 2007: 163-164.
ZHUANG Zhaowen, YUAN Naichang, MO Jinjun, et al. Estimate and measurement of martial object's RCS [M]. Beijing: Science Press, 2007: 163-164. (in Chinese)
- [10] 谢彦召, 孙培云, 周 辉, 等. 地面附近高空核爆电磁脉冲环境[J]. 强激光与粒子束, 2003, 15(7): 680-684.
XIE Yanzhao, SUN Beiyun, ZHOU Hui, et al. High-altitude electromagnetic pulse environment over the lossy ground[J]. High Power Laser and Particle Beams, 2003, 15(7): 680-684. (in Chinese)

- [11] 谢彦召, 王赞基, 王群书, 等. 高空核爆电磁脉冲波形标准及特征分析[J]. 强激光与粒子束, 2003, 15(8): 781-787.
XIE Yanzhao, WANG Zanji, WANG Qunshu, et al. High altitude nuclear electromagnetic pulse waveform standards; a review [J]. High Power Laser and Particle Beams, 2003, 15(8): 781-787. (in Chinese)

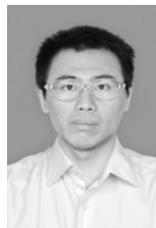
作者简介



柴焱杰 (1978—), 男, 河北人, 博士生, 西安二炮工程学院计算机应用技术专业博士研究生, 主要从事复杂环境电波传播、电磁场数值计算与电磁脉冲效应研究。



孙继银 (1952—), 男, 山东人, 西安二炮工程学院教授, 博士生导师, 国家 863 计划信息领域评审专家, 中国计算机学会多媒体专业委员会委员, 中国计算机用户协会理事, 陕西省学位评审委员会成员。



孙东阳 (1982—), 男, 吉林人, 硕士, 助理研究员, 硕士毕业于西北核技术研究所, 主要从事强电磁脉冲效应、电磁场数值计算研究工作。

Importing methods of plane wave in the finite difference time domain method

CHAI Yan-jie¹ SUN Ji-yin¹ SUN Dong-yang² HU Yin³

(1. *The Second Artillery Engineering College, Xi'an Shaanxi 710025, China;*

2. *Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an Shaanxi 710024, China;*

3. *The Second Artillery Command College, Wuhan Hubei 430012, China)*

Abstract In the finite difference time domain method (FDTD), the one-dimensional plane wave advancing method and analytical method are studied based on the idea of corner points delay. The results show that the one-dimensional plane wave advancing method and analytical method are both effective; the former one can largely offset the inherent numerical dispersion error of FDTD, which leads to little spill wave, but a large spill wave appears in analytical method; and also that the spill wave can be further removed by decreasing the size of meshes.

Key words high-altitude electromagnetic pulse(HEMP); plane wave; FDTD; connecting surface