

钱扬, 耿军平, 梁仙灵, 等. 基于 Bessel 权向量的宽带波束形成器[J]. 电波科学学报, 2016, 31(6): 1093-1098. DOI: 10.13443/j.cjors.2016102101

QIAN Y, GENG J P, LIANG X L, et al. Algorithm of broadband beamformer based on Bessel function[J]. Chinese journal of radio science, 2016, 31(6): 1093-1098. (in Chinese). DOI: 10.13443/j.cjors.2016102101

基于 Bessel 权向量的宽带波束形成器

钱扬¹ 耿军平¹ 梁仙灵¹ 朱卫仁¹ 姚羽¹ 彭政¹ 金荣洪^{1,2}

(1. 上海交通大学电子工程系, 上海 200240;

2. 微米/纳米加工技术国家级重点实验室, 上海 200240)

摘 要 针对均匀线阵接收宽带信号产生的方向图畸变问题, 提出了一种基于 Bessel 权向量的宽带波束形成器. 从截断后的 Bessel 级数展开式与均匀线阵的方向图函数相似的特性出发, 推导 Bessel 级数的截断位置与阵列单元数的关系, 并确定使用第一类 Bessel 函数设计均匀线阵的权向量. 仿真结果表明: 应用 Bessel 权向量后, 在 1~3 GHz 频率范围内, 均匀线阵可以无失真地接收宽带信号, 不同频率的方向图函数幅值与期望方向图函数幅值的相对误差降低到 10^{-3} 以下, 且单元越多相对误差越小. 与现有方法相比, 本方法直接利用截断后的 Bessel 级数展开式系数设计权向量, 计算简单且精度高.

关键词 宽带信号; 方向图畸变; Bessel 权向量; 波束形成器; 均匀线阵

中图分类号 TN821

文献标志码 A

文章编号 1005-0388(2016)06-1093-06

DOI 10.13443/j.cjors.2016102101

Algorithm of broadband beamformer based on Bessel function

QIAN Yang¹ GENG Junping¹ LIANG Xianling¹ ZHU Weiren¹

YAO Yu¹ PENG Zheng¹ JIN Ronghong^{1,2}

(1. Department of Electronic Engineering, Shanghai Jiaotong

University, Shanghai 200240, China; 2. National Key Laboratory of Science and

Technology on Micro/Nano Fabrication, Shanghai 200240, China)

Abstract We present a novel broadband beamformer using a Bessel function based weight vector, aiming at solving the pattern distortion of wideband signals received by a uniform linear array. Owing to the similarity of the Bessel series and the pattern function of the uniform linear array, we design an weight vector based on Bessel functions of the first kind by deducing the relationship between the truncated position of Bessel series and the number of array elements. Simulation results show that the uniform linear array with a proper weight vector can receive wideband signal from 1 to 3 GHz with negligible distortions. The relative amplitude error for pattern functions at different frequencies remains below 10^{-3} , and it can be further reduced by increasing the number of the array elements. In comparison with the existing methods, our proposed broadband beamformer directly uses the coefficients of the truncated Bessel series expansions as the weight vector, possesses high precision, and reduces the computational complexity significantly.

Keywords broadband signal; pattern distortion; Bessel weights; beamformer; uniform linear array

收稿日期: 2016-10-21

资助项目: 国家自然科学基金(61571289, 6157129, 61471240)

联系人: 耿军平 E-mail: gengjunp@sjtu.edu.cn

引言

近年来,在无线通信、雷达和声纳等应用中^[1-4],宽带信号大量存在,宽带波束形成器得到了广泛研究.研究者提出了多种宽带波束形成器设计方法,常用的有子阵法和权向量设计法.子阵法^[5]是根据不同的子带频率,调整子阵的阵列间距,得到与理想方向图近似的输出,但是随着带宽的增大,由于每次都需调整间距,工程实现难度大.权向量设计法^[6]则先将宽带信号分成不同频率的子带,对于不同的子带可以使用不同的加权系数,使得各子带的方向图逼近期望方向图,此方法设计的宽带波束形成器结构简单,实现难度低,但是由于每个子带都要计算加权系数,故该方法存在计算量大和精度难以保证的缺陷.在目前的权向量设计方法研究中,为了减少算法的计算量,Yang Y 等人^[7]提出了一种应用于均匀圆环阵的解析方法,从圆环阵阵列流形的 Bessel 级数展开出发,利用广义逆求取权向量;于红旗等人^[8]也提出了可用于均匀线阵的类似算法,同样可以形成宽带恒定方向图,但这些方法只能保证主瓣范围内方向图恒定,精度较低.此外,Yang J 等人^[9]提出了一种空间重采样的设计方法,只需要一次矩阵求逆就可以实现宽带波束形成,但是算法精度不高且工程实现复杂.Hossain M S 等人^[10]提出了一种应用于抗干扰的宽带波束形成器,虽然可以实现宽带恒定的多零陷技术,但是算法精度不高,且扩展性不强.为了得到高精度的宽带波束形成器,应用数值优化算法较多,Scholnik D P 等人^[11]提出了一种基于凸函数优化的权系数设计方法,对于不同频率,最终都能迭代到所需的权系数上,但是算法计算量较大,对于每个频率,都要进行迭代计算,当阵列单元数目较多时,耗时较长.综上,虽然目前已有多种方法可实现宽带信号的不失真接收,但都面临着精度和计算量的两难抉择,且实现复杂.

本文针对现有方法的局限性,提出了一种兼顾计算量的高精度宽带波束形成器.该方法从截断后 Bessel 级数展开式与均匀线阵的方向图函数相似的特性出发,直接以截断后的 Bessel 级数展开式的系数作为权向量,计算复杂度随阵列单元数线性变化.与现有方法相比,该方法计算简单且精度高,将有助于提高宽带波束形成器的工程应用价值.

1 宽带波束形成器设计的问题描述

设一个单元数为 $N=2M+1$ 的均匀线阵,以中

间单元为参考单元,阵元间距为 d ,信号的入射角度为 θ ,频率为 f ,如图 1 所示.

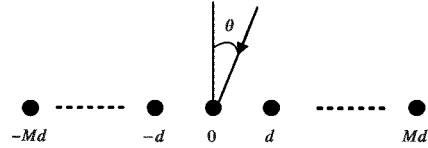


图1 均匀线阵框图

均匀线阵的方向图函数^[12] $B(f, \theta)$ 为

$$B(f, \theta) = \sum_{n=-M}^M w_n(f) e^{jn2\pi f d \sin \theta / c_0} = \mathbf{W}(f) \mathbf{A}^T(f, \theta). \quad (1)$$

式中: c_0 表示光速; $\mathbf{W}(f)$ 表示均匀线阵的权向量; $\mathbf{A}(f, \theta)$ 表示均匀线阵的阵列流形. $\mathbf{W}(f)$ 和 $\mathbf{A}(f, \theta)$ 表达式分别为:

$$\mathbf{W}(f) = [w_{-M}(f), w_{-(M-1)}(f), \dots, w_M(f)]; \quad (2)$$

$$\mathbf{A}(f, \theta) = [e^{-j2\pi f M d \sin \theta / c_0}, e^{-j2\pi f (M-1) d \sin \theta / c_0}, \dots, e^{j2\pi f M d \sin \theta / c_0}]. \quad (3)$$

为实现均匀线阵的宽带波束形成,需满足宽频带范围内所有频点的方向图函数的幅值 $|B(f, \theta)|$ 逼近期望方向图函数的幅值 $|B(f_0, \theta)|$, 即

$$|B(f, \theta)| = |\mathbf{W}(f) \mathbf{A}^T(f, \theta)| \cong |B(f_0, \theta)|. \quad (4)$$

式中: $f \in [f_L, f_H]$, f_L 表示频率下限, f_H 表示频率上限; f_0 表示期望方向图频点; $\theta \in [-\pi/2, \pi/2]$.

由式(4)可以看出,在宽带波束形成器设计中,关键在于设计合适的权向量 $\mathbf{W}(f)$, 本文将从截断后的 Bessel 级数展开式与均匀线阵的方向图函数相似的特性出发,设计宽带波束形成器的权向量.

2 宽带波束形成器的设计理论及实现

2.1 宽带波束形成器的设计理论

在 Bessel 方程的基本理论中, Bessel 函数的母函数 $T(z, \beta) = e^{jz \sin \beta}$ 可进行劳伦级数^[13]展开:

$$T(z, \beta) = e^{jz \sin \beta} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(z) e^{jn\beta}. \quad (5)$$

式(5)中,由欧拉公式可知函数 $T(z, \beta) = e^{jz \sin \beta}$ 的幅值恒定为1, 即 $|T(z, \beta)| = 1$; $J_n(z)$ 为第一类 n 阶 Bessel 函数, 满足 $J_{-n}(z) = (-1)^n J_n(z)$, 不同阶数的 Bessel 函数曲线随着阶数 n 的增加而向右延伸, 如

图 2 所示.

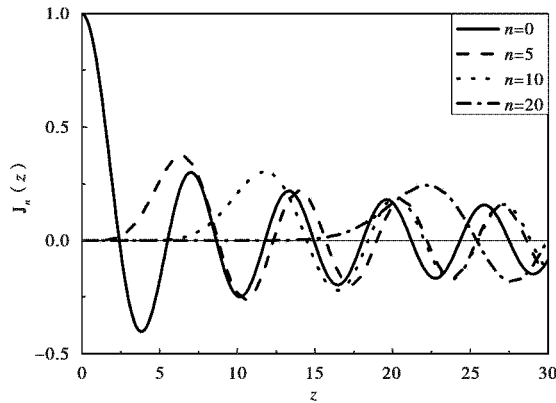


图 2 第一类 Bessel 函数曲线

结合文献[7-8]所述,由图 2 可知,当 z 确定时,对于任意小的正数 ϵ ,总可以找到一个常数 n_ϵ ,使得 $|n| > n_\epsilon$ 时, $|J_n(z)| < \epsilon$ 恒成立. 因此,根据所需的精度,可将 Bessel 级数展开式 $T(z, \beta)$ 在 $|n| = n_\epsilon$ 处进行截断,用前 $2n_\epsilon + 1$ 项近似表示,即

$$T(z, \beta) \cong \sum_{n=-n_\epsilon}^{n_\epsilon} J_n(z) e^{jn\beta}. \quad (6)$$

令 $\beta = z \sin \theta$, $z = 2\pi fd/c_0$, 对截断后的函数 $T(z, \beta)$ 进行相应代换可得

$$T(f, \theta) \cong \sum_{n=-n_\epsilon}^{n_\epsilon} J_n(2\pi fd/c_0) e^{jn2\pi fd \sin \theta / c_0} = \mathbf{H}(f) \mathbf{A}^T(f, \theta). \quad (7)$$

式(7)中:截断后的 Bessel 级数展开式幅值近似恒定为 1,即 $|T(f, \theta)| \cong 1$; $\mathbf{H}(f)$ 表示 Bessel 权向量,取值为 $\mathbf{H}(f) = [J_{-n_\epsilon}(z), J_{-(n_\epsilon-1)}(z), \dots, J_{n_\epsilon}(z)]$.

对比式(1)和式(7)可知,截断后的 Bessel 级数展开式 $T(f, \theta)$ 可以等效为幅值恒定为 1 的均匀线阵的方向图函数,单元数为 $N = 2n_\epsilon + 1$,权向量为 $\mathbf{H}(f)$.

2.2 宽带波束形成器的权向量设计

由于函数 $T(f, \theta)$ 的幅值恒定为 1,所以函数 $T(f, \theta)$ 与任意函数相乘不会改变函数本身的幅值特性,因此将期望方向图函数 $B(f_0, \theta)$ 与截断后的 Bessel 级数展开式 $T(f, \theta)$ 相乘可得

$$B(f_0, \theta) \cong B(f_0, \theta) T(f, \theta) = B(f_0, \theta) \mathbf{H}(f) \mathbf{A}^T(f, \theta). \quad (8)$$

式(8)中,当入射角 θ 和期望方向图频点 f_0 确定时,期望方向图函数 $B(f_0, \theta)$ 是一个常数,因此基于此特性,本文设计的权向量 $\mathbf{W}(f)$ 的形式如下:

$$\mathbf{W}(f) = B(f_0, \theta) \mathbf{H}(f). \quad (9)$$

将 $\mathbf{W}(f)$ 代入式(1)可得 $B(f, \theta) = B(f_0, \theta) \mathbf{H}(f) \mathbf{A}^T(f, \theta)$,对比可知, $B(f, \theta)$ 的表达式与期望方向图函数 $B(f_0, \theta)$ 的表达式相同,幅值显然满足 $|B(f, \theta)| \cong |B(f_0, \theta)|$,故使用该权向量的宽带波束形成器可以实现宽带信号的不失真接收.

均匀线阵会存在单元数目为奇数和偶数两种情况,因此,权向量 $\mathbf{W}(f)$ 也存在两种对应的形式. 由式(9)可知,权向量 $\mathbf{W}(f)$ 的形式由 Bessel 权向量 $\mathbf{H}(f)$ 决定,故只需求得 Bessel 权向量 $\mathbf{H}(f)$ 即可.

由截断后的 Bessel 级数展开式 $T(f, \theta)$ 可知两种情况下的 Bessel 权向量 $\mathbf{H}(f)$ 为

$$\begin{cases} \mathbf{H}(f) = [J_{-M}(2\pi fd/c_0), \dots, J_M(2\pi fd/c_0)], N = 2M + 1 \\ \mathbf{H}(f) = [J_{-M+1}(2\pi fd/c_0), \dots, J_M(2\pi fd/c_0)], N = 2M \end{cases}. \quad (10)$$

由式(10)可知, $\mathbf{H}(f)$ 和 $\mathbf{W}(f)$ 均为 $1 \times N$ 阶矩阵,每个频点只需计算 N 次 Bessel 函数,计算量小,可适用于大型阵列. 虽然文献[7-8]也是从 Bessel 级数展开出发,但其权向量 $\mathbf{W}(f)$ 为 $N \times N$ 阶矩阵,计算量随阵列单元数目变大呈平方增加,每个频点上需要比本文方法多运算 $(N-1) \times N$ 次. 与文献[9-11]相比,本文方法只需计算出相应的 Bessel 权向量的值,无需进行迭代运算或离散傅里叶变换 (Discrete Fourier Transform, DFT) 运算,计算量明显降低.

2.3 宽带波束形成器结构

本文设计的权向量 $\mathbf{W}(f)$ 表示为 $B(f_0, \theta)$ 与 Bessel 权向量 $\mathbf{H}(f)$ 相乘的形式,其中 $B(f_0, \theta)$ 是期望方向图函数在入射角 θ 和期望方向图频点 f_0 确定时的函数值. 于是在现有宽带波束形成器的基础上,增加了各频点 Bessel 权向量加权后的方向图函数与期望方向图函数的相乘运算,宽带波束形成器结构如图 3 所示.

图 3 中,宽带信号被阵列单元接收后,使用一组带通滤波器模块 (Band-Pass Filters, BPF) 将宽带信号分解成若干子窄带信号,子窄带信号完成 Bessel 权向量的加权后,与期望方向图函数相乘,再次使用 BPF 模块解调,从而形成各频点上的阵列方向图函数,其中期望方向图频点采用的是常规窄带波束形成方法,最后各路信号合成实现宽带波束形成.

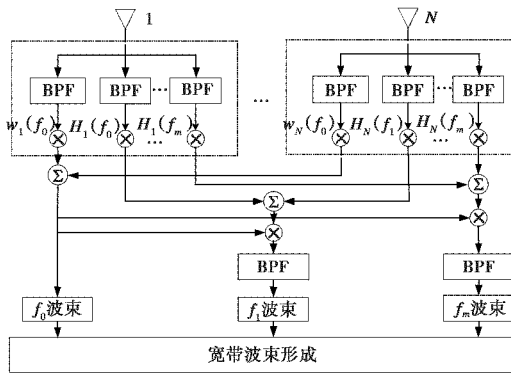


图3 基于Bessel权向量的宽带波束形成器结构框图

3 仿真结果分析

各频点方向图函数幅值与期望方向图函数幅值的相对误差定义为

$$\delta = \left| \frac{B(f, \theta) - B(f_0, \theta)}{B(f_0, \theta)} \right| = ||\mathbf{H}(f)\mathbf{A}^T(f, \theta) - 1||. \quad (11)$$

本节通过仿真对比阵列方向图函数及相对误差,分析应用本文所提的宽带波束形成器修正前后的性能差异,并研究阵列单元数目对该误差的影响。

1) 修正前后相对误差的比较

假定均匀线阵由16个相同的无指向性阵元组成,宽带信号频率范围为 $f \in [1, 3]$ GHz,以0.1 GHz为间隔将宽带信号分成21个子窄带,选取期望方向图频点为 $f_0 = 2$ GHz,期望信号位于 0° ,阵元的间距为 $d = c_0/2f_0$ 。对本文提出的宽带波束形成器在该条件下进行仿真,具体仿真步骤如下所述:

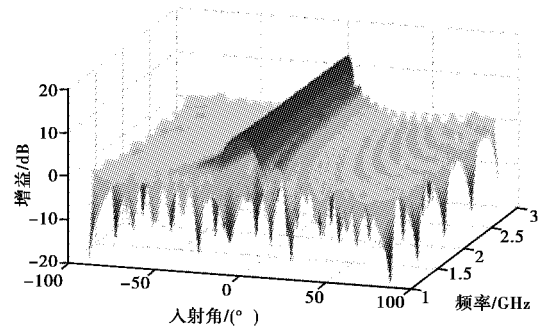
步骤1: 在期望方向图频点处采用常数权向量进行波束形成,即 $w_n(f_0) = 1 (n = 1, 2, \dots, N)$,得到期望方向图函数 $B(f_0, \theta)$ 。

步骤2: 在每个子窄带处采用常数权向量进行波束形成,即 $w_n(f) = 1 (f \in [1, 3] \text{ GHz}, n = 1, 2, \dots, N)$,合成得到图4(a)所示的修正前宽带阵列3D方向图。

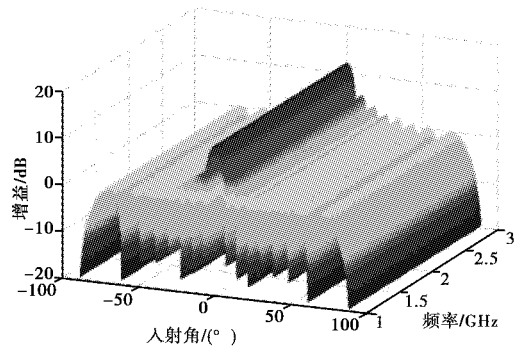
步骤3: 在每个子窄带处重新采用本文方法设计的权向量进行波束形成。首先使用式(10)计算相应频点的Bessel权向量 $\mathbf{H}(f)$,然后由式(7)计算得到等效方向图函数 $T(f, \theta)$,与期望方向图函数 $B(f_0, \theta)$ 相乘,接着使用BPF模块解调得到该频点的方向图函数 $B(f, \theta)$,最后将各子窄带方向图函数进行合成,得到图4(b)所示的修正后宽带阵列3D方向图。

步骤4: 将图4(a)和图4(b)表示的修正前后的

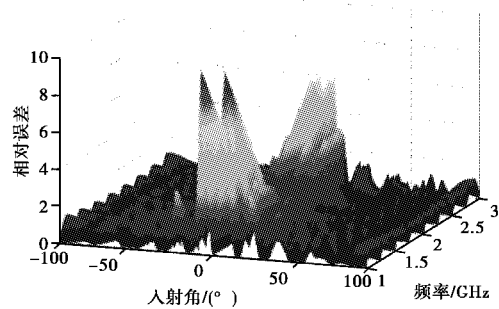
方向图函数应用式(11)分别计算,得到修正前后方向图幅值的相对误差,如图4(c)和图4(d)所示。



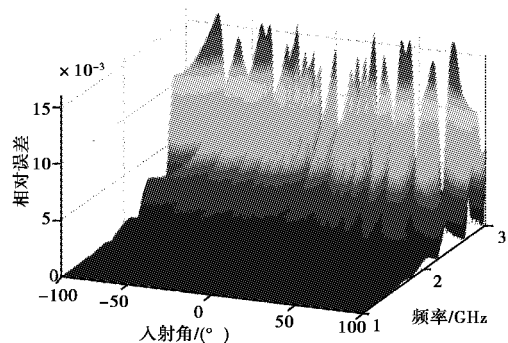
(a) 修正前宽带阵列3D方向图



(b) 修正后宽带阵列3D方向图



(c) 修正前方向图幅值的相对误差



(d) 修正后方向图幅值的相对误差

图4 修正前后宽带阵列参数对比

由图 4 可见,在宽带信号频率范围内,方向图函数修正后保持恒定,且相对误差明显减小,在 $(-90^\circ, 90^\circ)$ 的入射角度范围内,最大相对误差由 10 降到 10^{-3} 以下,表明本文所提的宽带波束形成器对均匀线阵方向图畸变的修正精度高。

2) 不同阵列单元数目下的修正效果

假定均匀线阵的阵元数目在 $[5, 20]$ 范围内变化,其他阵列及信号参数设置与上述相同。控制信号频率范围与期望方向图频点不变,采用上述的仿真步骤进行仿真,得到阵元数目在 $[5, 20]$ 范围内的修正后方向图幅值的相对误差,取其在 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 范围内相对误差的最大值,可以得到图 5 所示的方向图幅值的最大相对误差随阵列单元数目的变化趋势图。

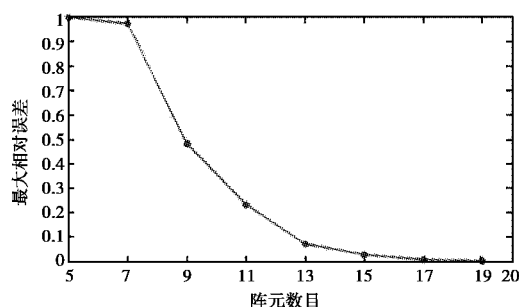


图 5 不同阵列单元数目下修正后的最大相对误差

从图 5 可以看出,随着阵列单元数目的上升,最大相对误差越来越小,当阵元数达到 13 后,最大相对误差降到 10^{-1} 以下,当达到 16 单元时,最大相对误差降到 10^{-3} 以下,说明本方法随着阵元数目的增加,修正效果越来越好。在相同条件下,文献[7-8]中阵列方向图函数幅值的相对误差小于 10^{-1} ,而本文中,修正后的阵列方向图函数幅值在整个角度覆盖范围内的相对误差小于 10^{-3} ,计算精度明显提高。

综上,本文所提的宽带波束形成结构器适用的相对带宽达到 100%,修正后的宽带方向图畸变得得到较大改善,当阵元数目增大到 16 之后,相对误差降到 10^{-3} 以下。基于此特性,可以根据不同的误差精度需求,设计合适单元数目的均匀线阵。

4 结 论

在宽带通信系统中,均匀线阵接收宽带信号会产生方向图畸变,针对该问题,提出了一种基于 Bessel 权向量的宽带波束形成器。通过截断 Bessel 级数展开式,并利用截断后的 Bessel 级数展开式的

系数设计均匀线阵的权向量,该波束形成器可以在 1~3 GHz 范围内形成恒定方向图,与期望方向图函数幅值的相对误差小于 10^{-3} ,精度高。由于该方法在每个频点只需要计算 N 次截断后的 Bessel 级数展开式的系数,计算量小,可适用于单元数目较多的大型阵列。

参考文献

- [1] LIN T, TANG J, PENG Y N. Study on the beamforming issues of broadband phased array radar[J]. Systems engineering and electronics, 2008, 30(3): 452-454.
- [2] WEN S L, YUAN Q, QIN Z Y. Design criteria and development trend of wideband phased array radar[J]. Systems engineering and electronics, 2005, 27(6): 1007-1011.
- [3] WYNE S, HANEDA K, RANVIER S, et al. Beamforming effects on measured mm-wave channel characteristics[J]. IEEE transactions on wireless communications, 2011, 10(11): 3553-3559.
- [4] SOMASUNDARAM S D. Wideband robust capon beamforming for passive sonar[J]. IEEE journal of oceanic engineering, 2013, 38(2): 308-322.
- [5] RUSSER P. Signal processing for wideband smart antenna array applications[J]. IEEE microwave magazine, 2004, 5(1): 57-67.
- [6] CANTRELL B, RAO J, TAVIK G, et al. Wideband array antenna concept[C]//IEEE International Radar Conference. IEEE, May 9-12, 2005: 680-684.
- [7] YANG Y, SUN C, WAN C. Theoretical and experimental studies on broadband constant beamwidth beamforming for circular arrays[C]//Proceedings of OCEANS 2003. IEEE, 2003, 3: 1647-1653.
- [8] 于红旗, 刘剑, 黄知涛, 等. 基于 Bessel 函数的频率不变波束形成器设计[J]. 通信对抗, 2007(4): 33-36.
YU H Q, LIU J, HUANG Z T, et al. Design for frequency invariant beamformers based on Bessel function[J]. Communication countermeasures, 2007(4): 33-36. (in Chinese)
- [9] YANG J, XI X, YU Y. A implementation method to constant beamwidth and adaptive beamforming of broadband signal[C]//2014 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing (ICSPCC). IEEE, August 5-8, 2014: 394-397.
- [10] HOSSAIN M S, MILFORD G N, REED M C, et al.

Robust efficient broadband antenna array pattern synthesis techniques[J]. IEEE transactions on antennas and propagation, 2014, 62(9): 4537-4546.

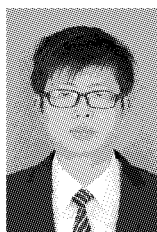
- [11] SCHOLNIK D P, COLEMAN J O. Optimal design of wideband array patterns[C]//The Record of the IEEE 2000 International Radar Conference. IEEE, May 12, 2000: 172-177.

- [12] 陈俊杰, 金荣洪, 耿军平. 一种基于牛顿下山法的宽带阵列方向图综合算法[J]. 上海交通大学学报, 2007, 41(8): 1366-1369.

CHEN J J, JING H R, GENG J P. A wideband array beam pattern synthesis algorithm based on Newton downhill method[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2007, 41(8): 1366-1369. (in Chinese)

- [13] ARFKEN G B, WEBER H J. Mathematical methods for physicists international student edition[M]. 4th ed. Amsterdam: Elsevier Academic Press, 2005.

作者简介



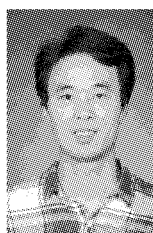
钱扬 (1991—), 男, 江苏人, 硕士研究生, 主要研究方向为宽带阵列信号处理、宽带波束形成、智能优化算法等。



耿军平 (1972—), 男, 陕西人, 副教授, 主要研究方向为电磁场理论、电磁计算方法、现代天线技术、信号处理等。



梁仙灵 (1978—), 男, 浙江人, 副教授, 主要研究方向为现代天线理论与技术、有源相控阵列、DBF阵列等。



朱卫仁 (1983—), 男, 浙江人, 特别研究员, 主要研究方向为人工电磁超材料的理论及实现, 基于超材料的天线及射频器件、表面等离子体激元等。



姚羽 (1992—), 男, 安徽人, 博士研究生, 主要研究方向为电磁场理论、涡旋电磁波理论、涡旋波天线及阵列。



彭政 (1993—), 男, 湖南人, 硕士研究生, 主要研究方向为电磁计算方法、介质谐振器天线等。



金荣洪 (1963—), 男, 江苏人, 教授、博士生导师, 主要研究方向为电磁场理论、现代天线技术、电磁计算方法、天线信号处理、智能天线及相控阵天线等。