

陈曦, 杨龙, 吴丹, 等. 幅相误差对阵列天线相位中心的影响分析[J]. 电波科学学报, 2016, 31(6): 1195-1201. DOI: 10.13443/j. ejors. 2016012701

CHEN X, YANG L, WU D, et al. Effect analysis of amplitude and phase error on phase center of array antenna[J]. Chinese journal of radio science, 2016, 31(6): 1195-1201. (in Chinese). DOI: 10.13443/j. ejors. 2016012701

幅相误差对阵列天线相位中心的影响分析

陈曦^{1,2} 杨龙¹ 吴丹¹ 傅光^{1,2}

(1. 西安电子科技大学 天线与微波技术重点实验室, 西安 710071;

2. 西安电子科技大学 信息感知技术协同创新中心, 西安 710071)

摘要 为精确预测阵列天线相位中心的特性, 研究了阵列口径的幅相误差对阵列天线相位中心的影响。对阵列天线相位中心的求解方法进行了简要论述, 得出了阵列天线相位中心的计算方法; 采用该方法对一个算例阵列进行仿真计算, 分别引入均匀分布和正态分布的幅相误差, 计算得出不同类型幅相误差造成的天线相位中心变化。分析计算结果可以得出, 幅相误差对阵列天线相位中心可造成显著影响, 并且该影响与幅相误差分布类型和误差限有关。该研究结论可用于指导高精度阵列天线的设计。

关键词 阵列天线; 相位中心; 幅相误差; 均匀分布; 正态分布

中图分类号 TN821

文献标志码 A

文章编号 1005-0388(2016)06-1195-07

DOI 10.13443/j. ejors. 2016012701

Effect analysis of amplitude and phase error on phase center of array antenna

CHEN Xi^{1,2} YANG Long¹ WU Dan¹ FU Guang^{1,2}

(1. Science and Technology on Antenna and Microwave Laboratory,

Xidian University, Xi'an 710071, China; 2. Collaborative Innovation Center of

Information Sensing and Understanding at Xidian University, Xi'an 710071, China)

Abstract The effect of the amplitude and phase error on the phase center of array antenna is investigated in the paper. Firstly, the method of calculating phase center of array antenna is briefly presented. The phase center of array antenna can be calculated accurately according to the phase distribution in the far field. Secondly, the simulation based on the proposed method is carried out on an example array with amplitude and phase error of uniform and Gaussian distribution, and the variation of the phase center on different error distribution is acquired. The calculating results indicate that the amplitude and phase error of the array antenna can make an obvious effect on its phase center, moreover, the effect is closely related to the type of the error distribution and the error limit. The conclusion can be used in designing high-precision array antenna.

Keywords array antennas; phase center; amplitude and phase error; uniform distribution; Gaussian distribution; phase error; uniform distribution; Gaussian distribution

收稿日期: 2016-01-27

资助项目: 国家自然科学基金(No. 61601351); 中央高校基本业务费(JB160201)

联系人: 陈曦 E-mail: xchen@mail.xidian.edu.cn

引言

阵列天线已经被广泛地应用于各种雷达系统,随着对雷达系统的跟踪及定位要求提高,在某些情况下,仅靠主瓣波束的幅度特性来搜索定位已不能满足精度要求,必须以阵列天线的相位中心为参考基准进行精确定位和测量^[1]. 对于寻找天线相位中心的研究,前人已做了一些研究并取得一些有效的结论^[1-10]. 其中,专门针对阵列天线相位中心的研究开展得比较晚^[6-7],并且程度尚浅. 直到近年,文献[8-9]对阵列天线相位中心的特性做了比较深入的分析,对理想阵列天线的精确计算方法进行了研究,并对计算结果进行了误差分析. 在最近的研究进展中,文献[10]对数字移相器相位量化误差造成的相控阵天线相位中心变化进行了深入研究,得出了具有实践意义的研究结论.

在阵列天线的实际工程应用中,由于各种误差源的存在,会造成阵列天线实际性能与理论性能的差别. 阵列口径的幅相误差是一种无法避免的随机误差. 引起这一误差的主要因素包括材料公差、单元和器件的制造公差、装配公差、传输线中的高次模偏差、以及天线阵形变偏差等. 这类误差源具有随机性,难以预先严格分析和计算,它们最终会使阵列天线口径电流的幅度和相位发生随机变化.

幅相误差会造成天线副瓣电平升高、增益下降、波束指向偏移等性能恶化,尤其影响对精度要求较高的技术指标. 阵列天线的相位中心属于高精度的天线指标,相位中心的微小偏移量可造成雷达定位的明显偏差. 本文结合阵列天线设计中的实际需要,采用理论分析、仿真计算以及统计分析的方法,研究幅相误差对阵列天线相位中心造成的影响,所得结论可用于指导阵列天线的工程实践.

1 理论分析

1.1 阵列天线的相位中心求解

阵列天线的相位中心是天线阵上或其周围的一个参考点,该点可使远区辐射场的相位值是一个常

数,即辐射场的等相面为球面. 在图 1 所示的天线阵相位中心偏移模型中,在选定的坐标系下,当阵列的相位中心位于 \mathbf{M} 时,天线阵辐射场的相位方向函数用 $\Psi'(\hat{\mathbf{R}})$ 表示,表征此时辐射场相位随空间指向角的变化规律; 当天线阵相位中心位于参考系原点时,对应相位方向函数用 $\Psi(\hat{\mathbf{R}})$ 表示. 则阵列的相位方向函数与相位中心的关系可以用式(1) 表示^[9]:

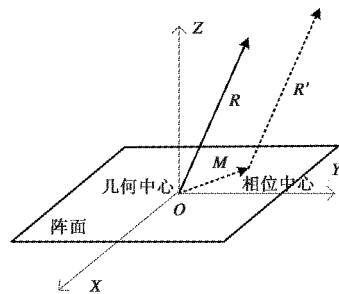


图 1 阵列天线相位中心偏移模型

$$\Psi'(\hat{\mathbf{R}}) = \Psi(\hat{\mathbf{R}}) + k\mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{R}}. \quad (1)$$

根据天线阵相位中心的定义,式(1) 可表示为

$$\Psi'(\hat{\mathbf{R}}_i) = C + \Delta\Psi(\hat{\mathbf{R}}_i) + k\mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{R}}_i. \quad (2)$$

式(2) 表明,在关心的角域内,相位中心位于坐标系原点时的相位方向函数可以用一个常数 C 与一个小变化量 $\Delta\Psi(\hat{\mathbf{R}}_i)$ 之和表示. $\hat{\mathbf{R}}_i$ 是关心角域内的第 i 个方向, $1 \leq i \leq N$.

进一步,根据线性最小二乘法原理求解 \mathbf{M} . 为使 $\Delta\Psi(\hat{\mathbf{R}}_i)$ 变化量全局最小,在角域内对式(2) 的变化量平方求和:

$$\begin{aligned} \epsilon &= \sum_{i=1}^N [\Delta\Psi(\hat{\mathbf{R}}_i)]^2 \\ &= \sum_{i=1}^N [\Psi'(\hat{\mathbf{R}}_i) - k\mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{R}}_i - C]^2. \end{aligned} \quad (3)$$

通过求解式(3) 取得极小值时对应的 \mathbf{M} 值,可建立方程组(4),求解之可得到相位中心的解,文献[10] 已给出详细求解过程.

式(5) 是阵列天线在主平面内的二维相位中心解,根据多个主平面内的二维相位中心可进一步获得三维相位中心.

$$\begin{cases} \frac{\partial \epsilon}{\partial t_m} = k \cdot \sum \Psi'(\theta_i) \cdot \sin \theta_i - t_m \cdot k^2 \sum \sin^2 \theta_i - z_m \cdot k^2 \sum \sin \theta_i \cdot \cos \theta_i - C \cdot k \sum \sin \theta_i = 0 \\ \frac{\partial \epsilon}{\partial z_m} = k \cdot \sum \Psi'(\theta_i) \cdot \cos \theta_i - t_m \cdot k^2 \sum \sin \theta_i \cdot \cos \theta_i - z_m \cdot k^2 \sum \cos^2 \theta_i - C \cdot k \sum \cos \theta_i = 0. \\ \frac{\partial \epsilon}{\partial C} = \sum \Psi'(\theta_i) - t_m \cdot k \sum \sin \theta_i - z_m \cdot k \sum \cos \theta_i - C \cdot N = 0 \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} t_m \\ z_m \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k \sum \sin^2 \theta_i & k \sum \sin \theta_i \cdot \cos \theta_i & \sum \sin \theta_i \\ k \sum \sin \theta_i \cdot \cos \theta_i & k \sum \cos^2 \theta_i & \sum \cos \theta_i \\ N & k \sum \sin \theta_i & k \sum \cos \theta_i \end{bmatrix} / \begin{bmatrix} \sum \Psi'(\theta_i) \cdot \sin \theta_i \\ \sum \Psi'(\theta_i) \cdot \cos \theta_i \\ \sum \Psi'(\theta_i) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

1.2 幅相误差分布类型

阵列天线的口径幅相误差类型通常采用均匀分布型和正态分布型^[11].

1) 均匀分布型

均匀分布的概率密度表示为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a < x < b \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}. \quad (6)$$

式中: x 是误差量; a, b 分别是误差值的下限与上限. 图 2 给出了 x 属于 $[-3, 3]$ 的均匀分布概率密度曲线. 可见, 均匀分布幅相误差在误差限内的取值概率相同.

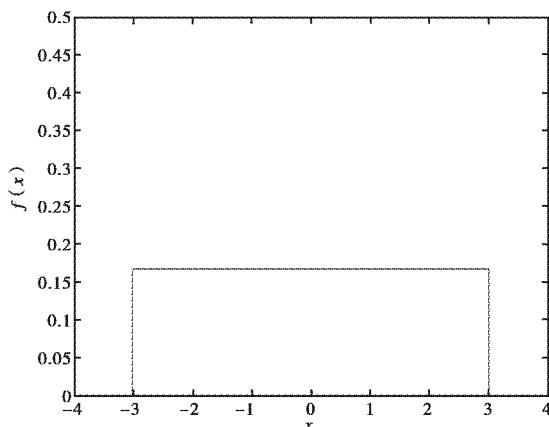


图 2 均匀分布概率密度曲线

2) 正态分布型

正态分布的概率密度表示为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad -\infty < x < +\infty. \quad (7)$$

式中: x 是误差量; μ 是误差量的数学期望(均值); σ 是误差量的均方差. 正态分布的误差取值范围是正负无穷, 但根据“ 3σ 规则”, 误差量取值属于 $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$ 区域的总概率可以达到 99.74%, 在工程应用上可认为变量不会取在该区域以外, 因此概率密度可表示为

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}, \quad \mu - 3\sigma < x < \mu + 3\sigma, \quad (8)$$

$\mu - 3\sigma$ 和 $\mu + 3\sigma$ 分别代表误差量的下限与上限. 图 3

给出了一个数学期望为 0, 均方差为 1 的正态分布曲线, 显然, 取得小误差量的概率较大.

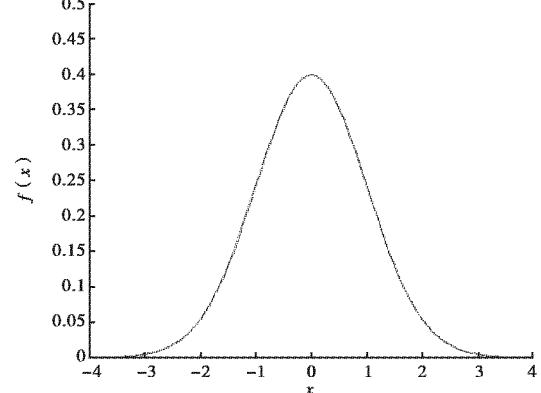


图 3 正态分布概率密度曲线

2 实验结果分析

以一个 14×20 元的矩形栅格平面阵为算例研究天线阵口面幅相误差对相位中心的影响, 阵列单元为理想点源. 图 4 是阵列结构示意图, 阵元间距为 $0.454\lambda_0$ (X 方向) $\times 0.567\lambda_0$ (Y 方向), λ_0 是工作频率对应的自由空间波长. 阵列单元幅度加权满足给定的分布, 相位加权为等相分布. 分别对叠加了均匀分布误差和正态分布误差的天线阵方向图进行计算, 并采用阵列天线相位中心求解方法计算相位中心位置变化, 再根据相位中心变化情况进行校正计算并评估.

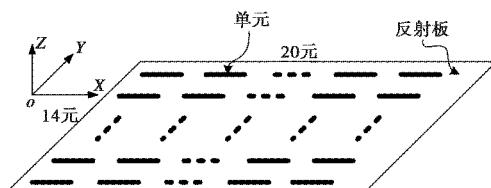
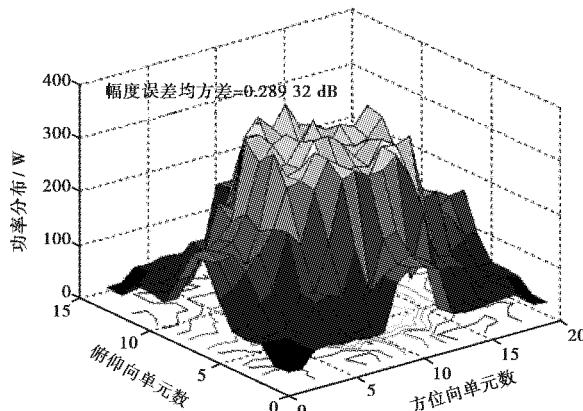


图 4 阵列结构示意图

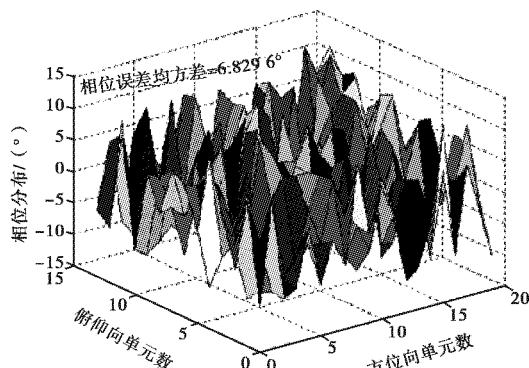
2.1 均匀分布型实验分析

根据工程需求, 假定天线阵口面幅度误差 $\leq \pm 0.5$ dB, 相位误差 $\leq \pm 12^\circ$, 则叠加了均匀随机幅相误差的天线阵元幅度和相位分布如图 5 所示, 其中均匀随机误差由计算机生成的伪随机码给出. 从

图中可以看到,叠加的误差造成了每个单元幅度和相位的起伏,并且每个单元的起伏量是接近的,即说明误差在整体上分布均匀。同时,图中还给出了所叠加随机误差的均方差,以定量反映随机数分布的整体情况。



(a) 幅度误差均匀分布



(b) 相位误差均匀分布

图 5 幅相误差均匀分布示意图

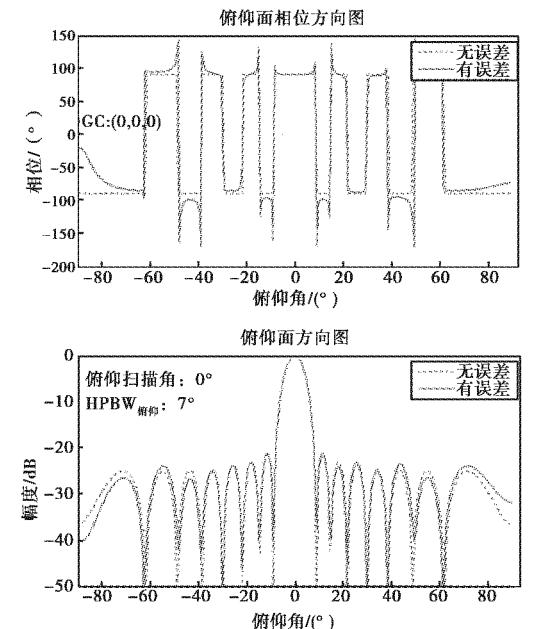
根据图 5 的幅相分布,计算得出远场对应的俯仰面和方位面方向图,如图 6 所示。其中,实线是存在误差时天线阵的相位和幅度方向图,作为对比,虚线是没有误差的情况。可以直观地看到,存在随机误差时,相位方向图的包络形状发生了明显的变化,尤其在关心的主瓣区域内,相位分布不再是最平坦。

根据有误差时主瓣 3 dB 区域内的相位分布,可计算获得相位均方差为 0.13796°,进而计算得出相位中心位于 $(-0.0086403\lambda_0, 0.002322\lambda_0, -0.2170629\lambda_0)$ 。显然,此时的相位中心已发生偏移,尤其在 Z 向的偏移量较大。

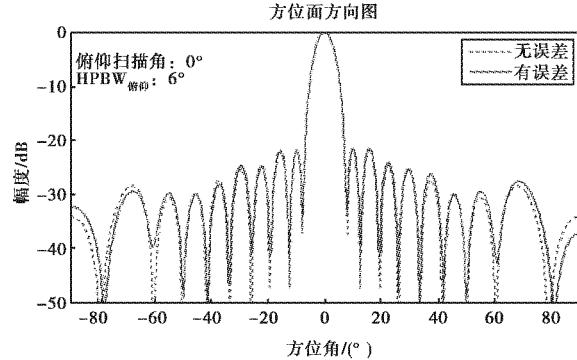
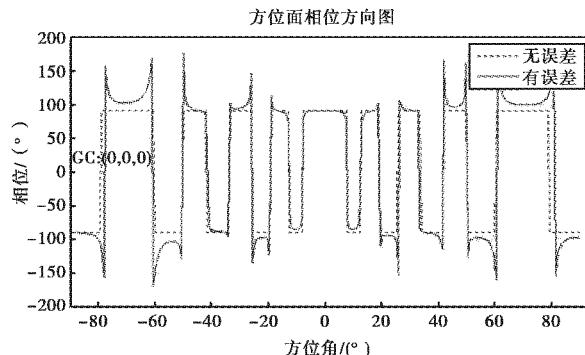
幅相误差具有随机性,因此在幅相误差带内共进行了 10 组随机实验,计算结果列于表 1 中。

从实验结果可以证明,均匀随机幅相误差的存

在会造成相位中心发生不同程度的偏移,在实验组内,在 X、Y 方向偏移量整体较小,量值在 $\pm 0.009\lambda_0$ 之内,而在 Z 方向偏移量较大,最大达到 $\pm 0.25\lambda_0$ 的偏移量(3 组,8 组)。同时可以看到,给定误差限并不会造成较大的远场相位分布均方差。在此,定义相



(a) 俯仰面



(b) 方位面

图 6 有随机误差时的主面相位和幅度方向图

位均方差改善度为调整后相位均方差改善量与调整前相位均方差的比值,从表中结果可以看出,改善度介于 2.4%~72.7% 之间,差别较大。

此外,我们提高误差限,对幅度误差 $\leq \pm 1$ dB,相位误差 $\leq \pm 20^\circ$ 的情况也进行了 10 组计算仿真,

结果记入表 2。可以明显看到,误差限的增大使辐射场的相位均方差整体升高,相位中心偏差量也增大,Z 向的最大偏移量达到 $0.4\lambda_0$ 。因此,在设计时,阵列单元幅相馈电的容差限值也要参考允许的相位中心最大偏移量。

表 1 均匀随机误差实验记录表

编 号	校正前		相位 均方差 /(°)	相位 均方差 /(°)	相位 均方差 改善度 /%	幅度误差 均方差 /dB	相位误差 均方差 /(°)
	相位	相位中心位置/ λ_0					
1	0.13796	(-0.0086403, 0.002322, -0.2170629)	0.061809	55.1	0.289	6.830	
2	0.095053	(-0.00050205, 0.0019384, -0.0837489)	0.087695	7.7	0.283	6.496	
3	0.23005	(0.0083656, -0.0052934, 0.2495205)	0.18158	21.0	0.278	6.695	
4	0.16522	(-0.0015188, -0.002858, 0.0903409)	0.1574	4.7	0.282	6.881	
5	0.10447	(0.0022875, 0.002672, -0.1342128)	0.090077	13.8	0.285	6.944	
6	0.15792	(-0.0033833, 0.0031796, 0.0342679)	0.14628	7.4	0.286	6.757	
7	0.16107	(0.0021594, 0.0051341, 0.1011191)	0.13987	13.2	0.278	6.881	
8	0.094095	(0.00429864, 2.29844 × 10⁻⁵, 0.256661)	0.029911	68.2	0.29848	7.0147	
9	0.10239	(0.0052524, 0.0014644, 0.0566916)	0.077513	24.3	0.282	7.046	
10	0.12714	(-0.00093193, -0.0072802, 0.2464948)	0.034669	72.7	0.279	6.697	

表 2 均匀随机误差实验记录表

编 号	校正前		相位 均方差 /(°)	相位 均方差 /(°)	相位 均方差 改善度 /%	幅度误差 均方差 /dB	相位误差 均方差 /(°)
	相位	相位中心位置/ λ_0					
1	0.40208	(0.0138491, -0.0121939, 0.361392)	0.314177	21.8	0.54892	11.1587	
2	0.28586	(-0.00266559, -0.0058724, 0.169734)	0.268182	6.2	0.55621	11.4679	
3	0.1912	(0.000309764, 0.00665648, -0.193437)	0.159069	16.8	0.56113	11.5735	
4	0.27466	(-0.00553173, 0.00783198, 0.0581398)	0.244149	11.1	0.56313	11.2621	
5	0.28305	(0.0035649, 0.0103207, 0.169503)	0.237148	16.2	0.54841	11.4682	
6	0.16038	(-0.000688473, 0.00200573, 0.0793477)	0.156237	2.6	0.57686	11.847	
7	0.19097	(0.0105327, 0.00422907, 0.105054)	0.13009	31.9	0.55642	11.7426	
8	0.25359	(-0.00142958, -0.0157075, 0.407909)	0.0678539	73.2	0.5505	11.1616	
9	0.23469	(0.00174145, -0.0107105, -0.312777)	0.15836	32.5	0.55501	11.3768	
10	0.6129	(-0.000264932, -0.0332337, 0.0491043)	0.413224	32.6	0.56166	11.4996	

2.2 正态分布型实验分析

当阵列口径的幅相误差服从正态分布时,同样假定幅度误差 $\leq \pm 0.5$ dB,相位误差 $\leq \pm 12^\circ$ 。

图 7 是阵元幅相包含正态分布随机误差的示意图。对比图 5,可以看到,较大误差起伏量出现的次数较均匀分布时明显减少。幅相误差的均方差可以定量地反映这一点,如均匀分布时其 1 组均方差分别为 0.289 32 dB、6.829 6°,而正态分布时分别为 0.179 29 dB、4.023 6°。

同样,在正态分布下也进行了 10 组随机误差实验,实验结果记录在表 3。从整体上看,正态分布的随机误差造成的相位中心偏移量较均匀分布时小。其中,X、Y 方向偏移量基本在 $\pm 0.005\lambda_0$ 以内,Z 方向偏移量在 $\pm 0.2\lambda_0$ 以内。与均匀误差时的结论类似,Z 向偏移量明显大于 X、Y 向偏移量。同样,尽管相位中心发生了偏移,相位均方差整体都比较小。

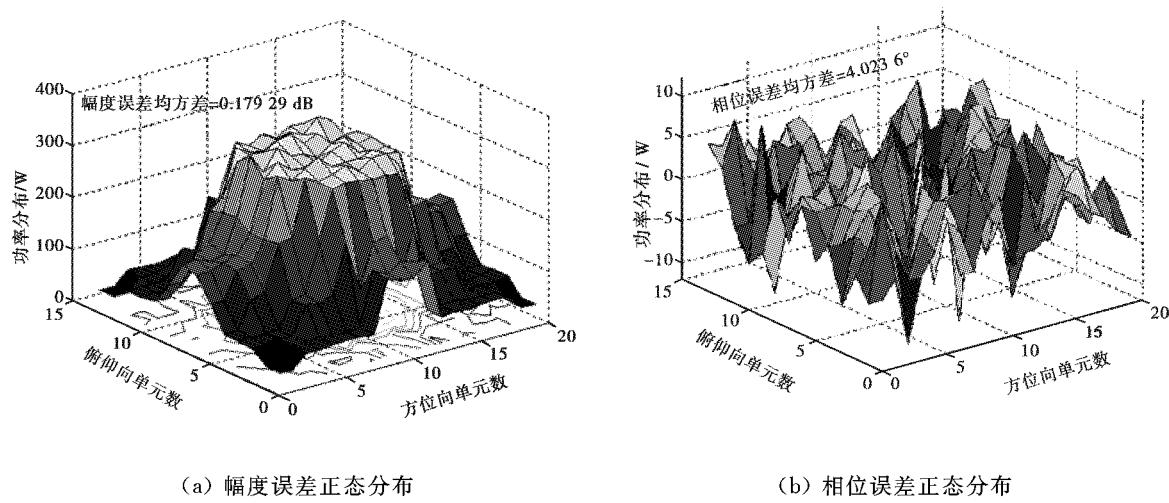


图7 帧相误差正态分布示意图

表3 正态随机误差实验记录表

编 号	校正前			校正后		
	相位 均方差 /(°)	相位 中心坐标/ λ_0	相位 均方差 /(°)	相位 均方差 改善量 /%	幅度误差 均方差 /dB	相位误差 均方差 /(°)
1	0.095706	(-0.00044208, -0.0022558, 0.0459199)	0.089563	6.4	0.17929	4.0236
2	0.065188	(-0.001812, -0.0011267, 0.1985415)	0.01717	97.4	0.16373	3.9256
3	0.060334	(-0.0031242, 0.000036263, 0.1597429)	0.014232	76.4	0.17214	3.9016
4	0.085423	(-0.0044982, 0.0043928, -0.0870612)	0.017621	79.4	0.17282	4.3104
5	0.057535	(-0.0018082, 0.0031725, -0.0953475)	0.015951	72.3	0.16136	4.2138
6	0.052794	(-0.0028817, -0.0008523, 0.0660607)	0.033824	35.9	0.17409	4.2983
7	0.11205	(0.0041116, 0.0049108, 0.0013398)	0.075886	32.3	0.17465	3.9203
8	0.059831	(-0.002002, 0.0030413, 0.1207744)	0.010864	81.8	0.16253	4.0587
9	0.034233	(-0.0010433, -0.00095489, -0.0610181)	0.026659	22.1	0.17753	3.881
10	0.13483	(-0.000760764, 0.00396356, 0.168373)	0.113449	15.9	0.17306	3.6584

3 结 论

本文采用阵列天线相位中心算法,研究了幅相误差对阵列天线相位中心的影响。通过对阵列天线相位中心的仿真实验以及统计分析,可以得出以下几个结论:

- 1) 阵元幅相误差会造成相位中心的偏移,偏移量与误差限有关,误差限越大,造成的相位中心偏移量越大,同时相位均方差越大,因此阵列口径激励的容差能力要考虑相位中心的允许最大偏移量;
- 2) 均匀随机误差会造成比正态随机误差更大的偏移量,主要因为均匀随机误差的全局误差量较大,表现为误差的均方差较大;
- 3) 不论误差类型,相位中心在Z向的偏移量明显大于X、Y向偏移量;
- 4) 随机误差虽造成相位中心偏移,但远场相位分布均方差的恶化不算大,这取决于对相位应用的

精度要求;

5) 根据得到的相位中心进行校正后,相位均方差改善度与相位中心偏移量没有联系。

参考文献

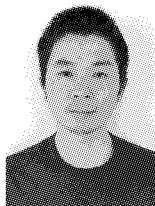
- [1] 尚军平,傅德民,邓颖波.天线相位中心的精确测量方法研究[J].西安电子科技大学学报,2008,35(4):673-677.
SHANG J P, FU D M, DENG Y B. Research on the accurate measurement method for the antenna phase center [J]. Journal of Xidian University, 2008, 35 (4): 673-677. (in Chinese)
- [2] MUEHLDORF E I. The phase center of horn antennas[J]. IEEE transactions on antennas and propagation, 1970, 18(6): 753-760.
- [3] KUMAR A, SARMA A D, ANSARI E, et al. Improved phase center estimation for GNSS patch antenna[J]. IEEE transactions on antennas and propagation, 2008, 56(10): 3360-3366.

- tion, 2013, 61(4): 1909-1915.
- [4] 唐璞, 李欣, 王建, 等. 计算天线相位中心的移动参考点法[J]. 电波科学学报, 2005, 20(6): 725-728.
TANG P, LI X, WANG J, et al. Calculation of phase center for the antenna with the method of moving reference point [J]. Chinese journal of radio science, 2005, 20(6): 725-728. (in Chinese)
- [5] 金元松, 任晓飞, 冀海鸣, 等. 对数周期偶极子天线全空间可变相位中心[J]. 电波科学学报, 2007, 22(2): 229-233.
JIN Y S, REN X F, JI H M, et al. Variable phase center of the log-periodic dipole antenna in full space [J]. Chinese journal of radio science, 2007, 22(2): 229-233. (in Chinese)
- [6] TAGGART D, SACKS L. The calculation of the phase center for spacecraft phased array antennas[J]. MILCOM, 1995, 3: 1046-1050.
- [7] MOWLER M, LINDMARK B. Estimation of mutual coupling, element factor, and phase center of antenna arrays[C]//2005 IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium. July 3-8, 2005: 6-9.
- [8] 陈曦, 傅光, 龚书喜, 等. 阵列天线相位中心的计算与分析[J]. 电波科学学报, 2010, 25(2): 330-335.
CHEN X, FU G, GONG S X, et al. Calculation and analysis of phase center on array antennas[J]. Chinese journal of radio science, 2010, 25(2): 330-335. (in Chinese)
- [9] 陈曦, 傅光, 龚书喜, 等. 阵列天线相位中心的校准方法研究及其误差分析[J]. 西安电子科技大学学报, 2011, 38(3): 145-149.
CHEN X, FU G, GONG S X, et al. Study of calibration of the phase center of array antennas and its error analysis[J]. Journal of Xidian University, 2011, 38(3): 145-149. (in Chinese)
- [10] 陈曦, 杨龙, 傅光, 等. 移相器量化误差对相控阵天线相位中心的影响分析[J]. 电波科学学报, 2015, 30(6): 1175-1181.
CHEN X, YANG L, FU G, et al. Effect analysis of phase quantization error of phase shifter on phase center of phased array antenna[J]. Chinese journal of radio science, 2015, 30(6): 1175-1181. (in Chinese)
- [11] 张士选, 郑会利, 傅德民, 等. 阵列天线口径幅相误差分析[J]. 西安电子科技大学学报, 1998, 25(4): 525-528.
ZHANG S X, ZHENG H L, FU D M, et al. Aperture amplitude and phase error analysis of the antenna array[J]. Journal of Xidian University, 1998, 25(4): 525-528. (in Chinese)

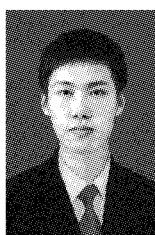
作者简介



陈曦 (1983—), 男, 陕西人, 西安电子科技大学电磁场与微波技术专业讲师, 博士, 主要从事阵列天线理论与技术、宽带小型化天线理论与技术研究.



杨龙 (1988—), 男, 湖南人, 西安电子科技大学电磁场与微波技术专业博士研究生, 主要从事阵列天线技术研究、宽带小型化天线技术研究.



吴丹 (1991—), 男, 重庆人, 西安电子科技大学电磁场与微波技术专业博士研究生, 主要从事阵列天线技术研究、小型化圆极化天线技术研究.



傅光 (1963—), 男, 陕西人, 西安电子科技大学电磁场与微波技术专业教授, 主要从事微带天线、宽带线天线、阵列天线理论与技术的研究.