

樊振宏, 谭延君, 陈如山. 一种旋转对称涂覆导体电磁散射高效分析方法[J]. 电波科学学报, 2015, 30(6): 1116-1122. doi: 10.13443/j.cjors.2014121701

FAN Zhenhong, TAN Yanjun, CHEN Rushan. Efficient approach for electromagnetic scattering by coated conducting bodies of revolution [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2015, 30(6): 1116-1122. (in Chinese). doi: 10.13443/j.cjors. 2014121701

# 一种旋转对称涂覆导体电磁散射高效分析方法

樊振宏 谭延君 陈如山

(南京理工大学电子工程与光电技术学院, 南京 210094)

**摘要** 为改善传统方法分析旋转对称涂覆导体电磁散射问题的效率, 提出了一种高效分析方法。该方法在介质表面建立电磁流混合场积分方程(Electric and Magnetic Current Combined Field Integral Equation, JMCFIE), 在导体表面建立混合场积分方程(Combined Field Integral Equation, CFIE), 利用了旋转对称体在空间上的旋转周期性, 只需要对表面的母线进行剖分, 具有未知量少且阻抗矩阵条件数好的特点。根据等效原理与边界条件推导了JMCFIE-CFIE方程, 并与传统的PMCHW-CFIE方法对比了求解效率。数值算例表明该方法能明显改善方程的收敛性。

**关键词** 电磁散射; 旋转对称体; 涂覆导体; 电磁流混合场积分方程

中图分类号 O441 文献标志码 A 文章编号 1005-0388(2015)06-1116-07

## Efficient approach for electromagnetic scattering by coated conducting bodies of revolution

FAN Zhenhong TAN Yanjun CHEN Rushan

(Department of Communication Engineering, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract** An efficient method is proposed to analyze the electromagnetic scattering from the coated conducting bodies of revolution (BOR). In terms of the final matrix equation to be solved by method of moments, the size of BOR matrix is much smaller than that of general structure since one need just discretize the BOR structure along a longitudinal by taking advantage of the rotational property of the object. However, the matrix will be still huge when the object is electrically large and the iterative solver is indispensable. The convergence speed of iterative solver depends on the condition number of the coefficient matrix. To improve the solving efficiency, we establishes a well-conditioned equation called the electric and magnetic current combined field integral equation (JMCFIE) over the medium surface instead of the conventional PMCHW equation scheme, whereas employs the combined field integral equation (CFIE) over the conductor surface which is same as the conventional scheme. A numerical comparison of the iterative convergence speed is made between JMCFIE-CFIE and PMCHW-CFIE, which

收稿日期: 2014-12-17

资助项目: 国家自然科学基金(61371037); 南京理工大学自主科研专项计划(30920140121004); 江苏省气象探测与信息处理重点实验室(南京信息工程大学)开放基金(KDXS1201)

联系人: 樊振宏 E-mail: zhfan@njust.edu.cn

demonstrates the improvement of JMCFIE-CFIE against PMCHW-CFIE.

**Key words** electromagnetic scattering; body of revolution (BOR); coated conducting objects; electric and magnetic current combined field integral equation (JMCFIE)

## 引言

目标电磁特性关注的很多对象含有旋转对称结构,比如抛物面天线、透镜天线、天线罩、以及弹身、弹头等,它们是由母线绕固定轴旋转一周得到的结构。与一般结构相比,可利用结构的旋转对称特性构造出快速方法分析其电磁特性<sup>[1-7]</sup>。近年来,由于隐身技术以及电磁防护的需要,非导体材料在工程中得到大量应用,介质涂敷导体结构的电磁散射特性分析受到广泛关注。对于旋转对称涂覆导体的电磁散射分析,目前采用的办法主要是在介质表面建立PMCHW(Poggio-Miller-Chang-Harrington-Wu)方程,在导体表面建立电场积分方程(Electric Field Integral Equation, EFIE)或混合场积分方程(Combined Field Integral Equation, CFIE)<sup>[6-7]</sup>,然后利用矩量法分析。然而PMCHW方程形成的阻抗矩阵条件数差,导致在采用迭代方法求解时迭代步数多,收敛速度慢甚至不收敛,难以用于大规模问题的分析。现阶段解决迭代步数多的办法通常包括构造性态良好的积分方程形式、采用预条件技术、快速直接求解技术等。本文研究的方案属于第一种,在介质表面采用条件数较好的电磁流混合场积分方程(Electric and Magnetic Current Combined Field Integral Equation, JMCFIE)<sup>[8-9]</sup>,在导体表面采用CFIE。数值算例表明本方案可加快分析速度。

## 1 积分方程的建立

分析如图1所示的绕z轴旋转的单层涂覆闭合导体结构,通常将旋转对称体(Body of Revolution, BOR)目标上的矢量场分解为三个正交分量<sup>[2]</sup>:沿母线切向分量t,沿圆周切向分量φ和外法向分量n。

图2是典型涂覆导体目标的横截面的示意图,由外而内分为三个区域:真空自由空间区域、涂覆介质区域和理想导体区域,分别用1区、2区、3区表示。 $\epsilon_h$ ,  $\mu_h$ 表示h区( $h=1,2$ )中的介质的介电常数和磁导率, $S_d$ 是介质与真空的分界表面, $S_c$ 是导体表面,它们的单位外法向矢量分别用 $n_d$ 和 $n_c$ 表示。研究电磁散射特性时,用 $E_h$ ,  $H_h$ 分别代表h区中的总电场强度和磁场强度, $E^i$ ,  $H^i$ 表示均匀平面入射波的电场强度与磁场强度。

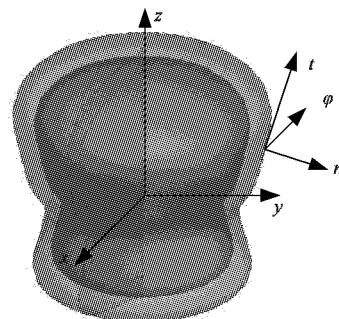


图1 旋转对称涂覆导体的结构示意图

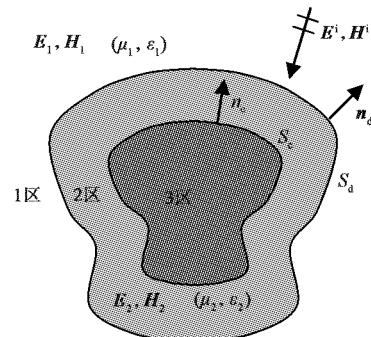


图2 涂覆导体目标的散射问题示意图

根据面等效原理,1区散射场由介质外表面(用 $S_d^\perp$ 表示)的等效面电流密度 $J_d^\perp = n_d \times H_1$ 与等效面磁流密度 $M_d^\perp = E_1 \times n_d$ 产生,由总场等于入射场与散射场之和,可在 $r \in S_d^\perp$ 表面建立如下EFIE与磁场积分方程(Magnetic Field Integral Equation, MFIE)<sup>[7]</sup>:

$$\text{EFIE}_1: [L_1(J_d^\perp) - K_1(M_d^\perp)]_{\tan} + n_d \times M_d^\perp(r)/2 = [E^i(r)]_{\tan}, \quad (1)$$

$$\text{MFIE}_1: [K_1(J_d^\perp) + L_1(M_d^\perp)/\eta_1^2]_{\tan} - n_d \times J_d^\perp(r)/2 = [H^i(r)]_{\tan}. \quad (2)$$

式中:下标tan表示取切向分量;算子 $L_h$ ,  $K_h$ 为:

$$\begin{aligned} L_h(\mathbf{X}) &= j\omega\mu_h \int_{S_x} G_h(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \mathbf{X}(\mathbf{r}') dS' - \\ &\quad \frac{1}{j\omega\epsilon_h} \nabla \int_{S_x} G_h(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \nabla' \cdot \mathbf{X}(\mathbf{r}') dS', \\ K_h(\mathbf{X}) &= -\text{P.V.} \int_{S_x} \nabla G_h(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \times \mathbf{X}(\mathbf{r}') dS'. \end{aligned} \quad (3)$$

式中:下标h表示它是h区中的算子或相关量;

$G_h(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = e^{-jk_h R} / (4\pi R)$ ,  $k_h = \omega \sqrt{\mu_h \epsilon_h}$ ,  $\eta_h = \sqrt{\mu_h / \epsilon_h}$ ,  $j$  表示虚数符号,  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$  表示场源点之间的距离;  $S_d$  表示矢量  $\mathbf{X}(\mathbf{r}')$  所在的表面; P. V. 表示主值积分。建立方程时采用并省略了时谐因子  $e^{j\omega t}$ ,  $\omega$  表示入射电磁波的角频率。

同样根据面等效原理, 2 区的散射场由介质内表面( $S_d^-$ ) 的等效电磁流  $\mathbf{J}_d^- = \mathbf{n}_d^- \times \mathbf{H}_2$ 、 $\mathbf{M}_d^- = \mathbf{E}_2 \times \mathbf{n}_d^-$  与导体表面的等效电流  $\mathbf{J}_c$  共同产生, 在介质内表面  $\mathbf{r} \in S_d^-$  建立 EFIE 与 MFIE<sup>[7]</sup>:

$$\text{EFIE}_2: [L_2(\mathbf{J}_d^-) - K_2(\mathbf{M}_d^-) + L_2(\mathbf{J}_c)]_{\tan} + \mathbf{n}_d^- \times \mathbf{M}_d^-(\mathbf{r})/2 = 0, \quad (4)$$

$$\text{MFIE}_2: \left[ K_2(\mathbf{J}_d^-) + \frac{1}{\eta_h^2} L_2(\mathbf{M}_d^-) + K_2(\mathbf{J}_c) \right]_{\tan} - \mathbf{n}_d^- \times \mathbf{J}_d^-(\mathbf{r})/2 = 0. \quad (5)$$

在导体表面  $\mathbf{r} \in S_c$  建立 EFIE 与 MFIE<sup>[7]</sup>:

$$\text{EFIE}_c: [L_2(\mathbf{J}_d^-) - K_2(\mathbf{M}_d^-) + L_2(\mathbf{J}_c)]_{\tan} = 0, \quad (6)$$

$$\text{MFIE}_c: \mathbf{n}_c \times [K_2(\mathbf{J}_d^-) + L_2(\mathbf{M}_d^-)/\eta_h^2 + K_2(\mathbf{J}_c)] + \mathbf{J}_c(\mathbf{r})/2 = 0. \quad (7)$$

式中,  $\mathbf{n}_d^- = -\mathbf{n}_d$  是  $S_d$  的单位内法向矢量。

利用介质分界面电场强度与磁场强度切向分量的连续条件, 可得  $\mathbf{J}_d \equiv \mathbf{J}_d^+ = -\mathbf{J}_d^-$ ,  $\mathbf{M}_d \equiv \mathbf{M}_d^+ = -\mathbf{M}_d^-$ 。将介质表面(1)、(2)、(4)、(5) 四个方程进行不同的线性组合可以得到性态不同的积分方程, 吸引了大量研究<sup>[8-12]</sup>。

### 1.1 PMCHW-CFIE 方程

该方案是目前文献中采用最多的方案, 它是在介质表面建立 PMCHW 方程<sup>[6-7]</sup>, 在导体表面建立 CFIE 方程。介质表面的 PMCHW 方程是将式(1) 和式(2) 分别减去式(4) 和式(5) 而得:

$$\text{EFIE}_1 - \text{EFIE}_2, \quad (8)$$

$$\text{MFIE}_1 - \text{MFIE}_2. \quad (9)$$

在导体表面建立 CFIE 方程, 形式如下:

$$\alpha_c \text{EFIE}_c + (1 - \alpha_c) \eta_h \mathbf{n}_c \times \text{MFIE}_c. \quad (10)$$

式中, 实数  $\alpha_c$  是 CFIE 的混合因子, 取值范围  $[0, 1]$ 。联立式(8)、(9)、(10) 得到 PMCHW-CFIE 方程。

### 1.2 JMCFIE-CFIE 方程

在介质表面构造 JMCFIE 时, 首先在介质的内、外表面建立电流混合场积分方程(Electric Current Combined Field Integral Equation, JCFIE) 和磁流混合场积分方程(Magnetic Current Combined Field Integral Equation, MCFIE)<sup>[8-9]</sup>, 形式如下:

$$\text{JCFIE}_h: \alpha_d \text{EFIE}_h + (1 - \alpha_d) \eta_h \mathbf{n}_{dh} \times \text{MFIE}_h, \quad (11)$$

$$\text{MCFIE}_h: \alpha_d \eta_h \text{MFIE}_h - (1 - \alpha_d) \mathbf{n}_{dh} \times \text{EFIE}_h. \quad (12)$$

式中:  $\alpha_d$  是 JMCFIE 的混合因子, 取值范围  $[0, 1]$ ;  $\mathbf{n}_{dh}$  表示介质表面指向  $h$  区的单位法向量。采用与 PMCHW 方程类似的构造方式, 得到  $S_d$  上的 JMCFIE 方程:

$$\text{JCFIE}_1 - \text{JCFIE}_2, \quad (13)$$

$$\text{MCFIE}_1 - \text{MCFIE}_2. \quad (14)$$

在导体表面上仍然采用式(10) 所表示的 CFIE 方程, 联立方程式(10)、(13) 和(14), 得到 JMCFIE-CFIE 积分方程组。

## 2 旋转对称矩量法

采用矩量法进行分析, 首先将电磁流密度用 BOR 基函数<sup>[6]</sup> 展开为:

$$\mathbf{J}_d(\mathbf{r}) = \sum_{\alpha=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=1}^{N_d} [J_{d\alpha n}^t \mathbf{f}_{\alpha n}^t(\mathbf{r}) + J_{d\alpha n}^\varphi \mathbf{f}_{\alpha n}^\varphi(\mathbf{r})], \quad (15)$$

$$\mathbf{M}_d(\mathbf{r}) = \sum_{\alpha=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=1}^{N_d} [M_{d\alpha n}^t \mathbf{f}_{\alpha n}^t(\mathbf{r}) + M_{d\alpha n}^\varphi \mathbf{f}_{\alpha n}^\varphi(\mathbf{r})], \quad (16)$$

$$\mathbf{J}_c(\mathbf{r}) = \sum_{\alpha=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=1}^{N_c} [J_{c\alpha n}^t \mathbf{f}_{\alpha n}^t(\mathbf{r}) + J_{c\alpha n}^\varphi \mathbf{f}_{\alpha n}^\varphi(\mathbf{r})]. \quad (17)$$

式中:  $\mathbf{f}_{\alpha n}^t$  和  $\mathbf{f}_{\alpha n}^\varphi(\mathbf{r})$  分别表示表面上两个正交切向矢量  $t$  和  $\varphi$  方向上的基函数;  $J_d^t, M_d^t$  和  $J_d^\varphi, M_d^\varphi$  分别表示介质表面上的待求电磁流密度系数;  $J_c^t$  和  $J_c^\varphi$  是导体表面相应的待求电流密度系数;  $N_d$  和  $N_c$  分别表示介质分界面与导体母线上的基函数个数, 本文采用文献[2] 中给出的 BOR 基函数:

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_{\alpha n}^t(\mathbf{r}) &= t T_n(t) e^{j\alpha\varphi} / \rho(t), \\ \mathbf{f}_{\alpha n}^\varphi(\mathbf{r}) &= \varphi T_n(t) e^{j\alpha\varphi} / \rho(t). \end{aligned} \quad (18)$$

式中:  $T_n(t)$  是沿母线方向定义的分域三角形基函数;  $e^{j\alpha\varphi}$  是沿周向的基函数;  $\rho(t)$  表示位置  $\mathbf{r}$  与旋转轴  $z$  轴之间的距离;  $\alpha$  为整数, 由于结构的圆周对称性, 理论上取无穷多项可精确描述待求密度函数随着周向变化的特征, 实际分析时取一个合理的截断数目  $N_m$ , 使得  $\alpha = -N_m, \dots, N_m$ .  $N_m$  的截取主要与入射平面波的特性有关, 由于入射平面波仅在 1 区, 其值采用文献[13] 提出的自由空间截断经验公式:

$$N_m = \text{Int}[k_1 \rho_{\max} \sin \theta] + 1. \quad (19)$$

式中:  $\text{Int}[\cdot]$  表示取大于它的最小整数;  $\rho_{\max}$  表示旋转对称体最大半径;  $\theta$  为入射波的入射  $\theta$  角。

对 PMCHW-CFIE 方程(8)、(9)、(10)采用 Galerkin 测试,利用各模式之间的正交性可得矩阵方程

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{DD}^{EJ} & \mathbf{Z}_{DD}^{EM} & \mathbf{Z}_{DC}^{EJ} \\ \mathbf{Z}_{DD}^{MJ} & \mathbf{Z}_{DD}^{MM} & \mathbf{Z}_{DC}^{MJ} \\ \mathbf{Z}_{CD}^{CJ} & \mathbf{Z}_{CD}^{CM} & \mathbf{Z}_{CC}^{CI} \end{bmatrix}_\alpha \begin{bmatrix} \mathbf{J}_D \\ \mathbf{M}_D \\ \mathbf{J}_C \end{bmatrix}_\alpha = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_D^E \\ \mathbf{V}_D^M \\ 0 \end{bmatrix}_\alpha, \quad (20)$$

$$\alpha = -N_m, \dots, N_m.$$

上标第一项的 E、M 和 C 分别表示对应的是介质表面的 EFIE、MFIE 和导体表面的 CFIE。上标第二项的 J 和 M 分别表示基函数对应的是等效电流密度和等效磁流密度。下标 D 和 C 分别表示测试函数或基函数处于的表面是介质表面和导体表面。观察 PMCHW 方程的阻抗矩阵可知,其对角矩阵  $\mathbf{Z}_{DD}^{EJ}$ 、 $\mathbf{Z}_{DD}^{MM}$  是第一类 Feldholm 积分方程的离散形式,矩阵条件数差,其非对角矩阵  $\mathbf{Z}_{DD}^{EM}$ 、 $\mathbf{Z}_{DC}^{EJ}$  中的内外表面的独立电流项和磁流项贡献相互抵消,为非对角占优矩阵,因而无法通过交换行列得到性态良好的矩阵。

类似地可得 JMCFIE-CFIE 矩阵方程为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{DD}^{HJ} & \mathbf{Z}_{DD}^{IM} & \mathbf{Z}_{DC}^{HJ} \\ \mathbf{Z}_{DD}^{MI} & \mathbf{Z}_{DD}^{MM} & \mathbf{Z}_{DC}^{MI} \\ \mathbf{Z}_{CD}^{HJ} & \mathbf{Z}_{CD}^{IM} & \mathbf{Z}_{CC}^{HJ} \end{bmatrix}_\alpha \begin{bmatrix} \mathbf{J}_D \\ \mathbf{M}_D \\ \mathbf{J}_C \end{bmatrix}_\alpha = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_D^H \\ \mathbf{V}_D^M \\ 0 \end{bmatrix}_\alpha, \quad (21)$$

$$\alpha = -N_m, \dots, N_m.$$

上标第一项的 J 和 M 分别表示对应的是电型方程和磁型方程,此处将导体表面的 CFIE 也认为是电型方程。分析 JMCFIE 方程的组合方式发现,对主对角矩阵对角元素贡献比较大的独立电流项和磁流项得以保留,而非对角矩阵的独立电流项和磁流项的贡献相互抵消,因此整个 JMCFIE 对应的阻抗矩阵特性良好,JMCFIE 方程的阻抗矩阵的条件数优于 PMCHW 方程。

方程的阻抗矩阵的正负模式具有如下对称关系,以  $\mathbf{Z}_{DD}^{HJ}$  为例

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{DD}^{HJ,\alpha} & \mathbf{Z}_{DD}^{HJ,-\alpha} \\ \mathbf{Z}_{DD}^{HJ,\alpha} & \mathbf{Z}_{DD}^{HJ,-\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{DD}^{HJ,\alpha} & -\mathbf{Z}_{DD}^{HJ,-\alpha} \\ -\mathbf{Z}_{DD}^{HJ,\alpha} & \mathbf{Z}_{DD}^{HJ,-\alpha} \end{bmatrix}. \quad (22)$$

上标 t 和 φ 表示基函数或测试函数对应的矢量方向,方程的右边向量的正负模式也有对称关系,以  $\mathbf{V}_D^H$  为例,入射场取 θ 极化及 φ 极化时

$$\begin{bmatrix} \mathbf{V}_D^{H,\theta} \\ \mathbf{V}_D^{H,\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{V}_D^{H,\theta} \\ -\mathbf{V}_D^{H,\phi} \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{V}_D^{H,\theta} \\ \mathbf{V}_D^{H,\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{V}_D^{H,\theta} \\ \mathbf{V}_D^{H,\phi} \end{bmatrix}. \quad (23)$$

式中:第一个上标 t 和 φ 表示基函数或测试函数对应的矢量方向;第二个上标表示入射波的极化方

式。利用上面的关系,可得电磁流系数的正负模式的关系,以  $\mathbf{J}_D$  为例,入射场取 θ 极化及 φ 极化时

$$\begin{bmatrix} \mathbf{J}_D^\theta \\ \mathbf{J}_D^\phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J}_{D,\alpha}^\theta \\ -\mathbf{J}_{D,\alpha}^\phi \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{J}_D^\phi \\ \mathbf{J}_D^\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{J}_{D,\alpha}^\phi \\ \mathbf{J}_{D,\alpha}^\theta \end{bmatrix}. \quad (24)$$

这样,只需要求解  $\alpha \geq 0$  模式的方程,对应的负模可由正模的解直接表示,节省了运算量。求解出等效电磁流之后,可计算出远区散射场  $\mathbf{E}^{sc}$ ,进而得到雷达散射截面(Radar Cross-Section, RCS)为

$$\sigma(\theta, \varphi) = \lim_{r \rightarrow \infty} 4\pi r^2 \frac{|\mathbf{E}^{sc}|^2}{|\mathbf{E}^i|^2}. \quad (25)$$

### 3 数值算例

算例 1 是一个半径为 0.4 m 的导体球,涂覆了一层厚度为 0.1 m、相对介电常数为 2 的介质,导体球沿母线均匀剖分 21 段,介质表面沿母线均匀剖分 26 段。阻抗矩阵元素填充时,关于基函数与测试函数的积分在 t 方向分别取 3 点和 4 点高斯积分法则,在 φ 方向取 32 个均匀积分点。均匀平面波的入射角度为  $\theta^i = 150^\circ$ ,  $\varphi^i = 0^\circ$ ,频率为 300 MHz,对应的傅里叶模式截断数  $N_m = 3$ 。观察  $\varphi = 0^\circ$  平面随 θ 变化的双站 RCS(V-V 极化)。在介质面上建立 JMCFIE 方程,在导体面上建立 CFIE 方程,混合因子  $\alpha_d = 0.2$ ,  $\alpha_c = 0.2$ ,采用 GMRES(80)方法<sup>[14]</sup>求解,80 表示 GMRES 迭代重启(Restart)的数目。图 3 给出了 JMCFIE-CFIE 方法与 PMCHW-CFIE 方法和 Mie 级数解析解<sup>[15]</sup>的 RCS 计算结果对比,可以看出,三个方法的结果是吻合的。

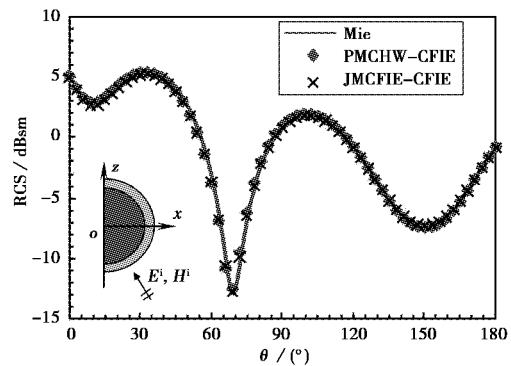


图 3 算例 1 双站 RCS 计算结果对比

表 1 给出了各个模式方程的矩阵条件数和 GMRES 迭代求解步数,可以看出,JMCFIE-CFIE 方法的矩阵条件数  $\kappa_2(\mathbf{A}) = \|\mathbf{A}\|_2 \cdot \|\mathbf{A}^{-1}\|_2$  比传统的 PMCHW-CFIE 方法至少小 10 倍。迭代方法的收敛性能通常与矩阵的条件数相关,通常矩阵条件数小则收敛速度快,当然收敛速度还与右边向

量的特性、重启动数的值有关系。图4给出了傅里叶模式 $\alpha=1$ 时, JMCFIE-CFIE与PMCHW-CFIE方法的GMRES迭代收敛曲线, 其中, PMCHW-CFIE方法需要迭代119步, 而本文方法只需要56步即可达到收敛精度。

表1 算例1各模式下方程计算时的收敛性对比

模式	矩阵条件数		迭代步数	
	PMCHW-CFIE	JMCFIE-CFIE	PMCHW-CFIE	JMCFIE-CFIE
0	774.89	57.60	47	40
1	642.36	54.56	119	56
2	1 451.18	69.4	210	60
3	5 714.64	83.75	82	62

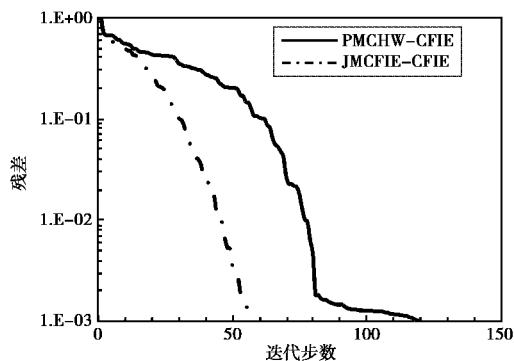


图4 算例1模式1对应的迭代收敛曲线

算例2是介质涂覆的导体圆台, 内层圆台的上下底面半径分别为0.3 m和0.6 m, 高1 m, 外层圆台的上下底面半径分别为0.35 m和0.65 m, 高1.1 m, 涂覆介质的相对介电常数为2.33, 导体面沿上下底面和侧面的母线分别剖分为5、10、18段, 介质表面的上下底面和侧面分别沿母线剖分为6、12、20段。阻抗矩阵填充时基函数与测试函数在 $t$ 方向分别取3个和4个高斯积分点, 在 $\varphi$ 方向取32个均匀积分点, 均匀平面波的入射角度为 $\theta^i=30^\circ$ ,  $\varphi^i=0^\circ$ , 频率为300 MHz, 对应的傅里叶模式截断数 $N_m=4$ , 观察 $\varphi=0^\circ$ 平面随着 $\theta$ 角变化的双站RCS(V-V极化)。在介质面上建立JMCFIE方程, 在导体介质交面上建立CFIE方程, 混合因子 $\alpha_d=0.2$ ,  $\alpha_c=0.2$ , 将计算结果与PMCHW-CFIE方法和FEKO矩量法的计算结果对比如图5所示, 可以看出, 三者结果是吻合的。表2给出了各个模式方程的矩阵条件数和GMRES迭代求解步数, 可以看出, JMCFIE-CFIE方法的矩阵条件数比传统的PMCHW-CFIE方法改善了至少9倍, 在某些模式下改善幅度甚至

达到了74倍。图6给出了傅里叶模式 $\alpha=1$ 时, JMCFIE-CFIE与PMCHW-CFIE方法的GMRES(130)方法的迭代收敛曲线, 其中, PMCHW-CFIE方法需要迭代251步, 而本文方法只需要110步即可达到收敛精度。从表2还可以看到, PMCHW-CFIE方法在一些模式中的GMRES迭代求解步数明显偏高, 结合图6中的迭代收敛曲线可知, 这主要是由于GMRES求解时通常需要重启动影响收敛性能, 提高GMRES的重启动数可降低迭代步数, 但是重启动数值越大, 会消耗越多的内存, 无法用于大尺寸问题的分析。

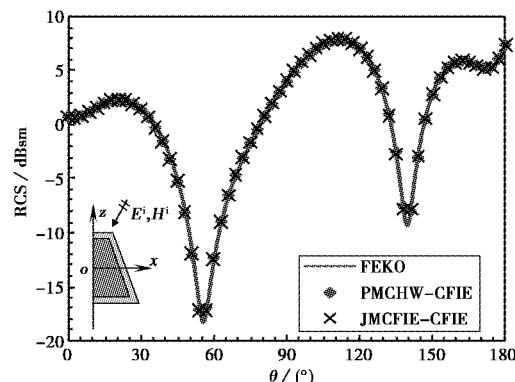


图5 算例2双站RCS计算结果对比

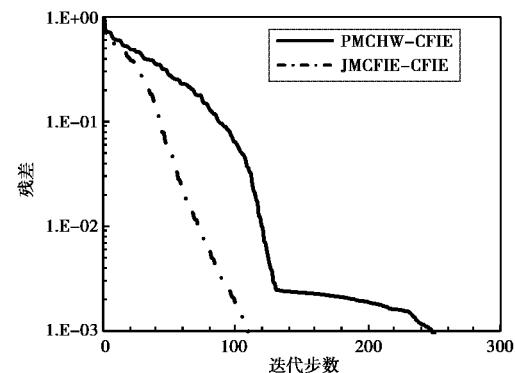


图6 算例2模式1对应的迭代收敛曲线

表2 算例2各模式下方程计算时的收敛性对比

模式	矩阵条件数		迭代步数	
	PMCHW-CFIE	JMCFIE-CFIE	PMCHW-CFIE	JMCFIE-CFIE
0	1 216.65	123.32	81	72
1	974.00	116.78	251	110
2	1 915.83	159.86	508	120
3	13 781.25	219.35	611	129
4	19 884.68	268.76	1 000+	132

## 4 结 论

本文针对介质涂覆旋转对称体的散射问题,提出了一种适用于分析旋转对称体的JMCFIE方程。该方法利用了旋转对称体在角度上的周期性及各周期模式之间的正交性,只需要对母线进行剖分,求解的未知量少。数值算例表明,通过在介质表面建立JMCFIE方程,在导体表面建立CFIE方程,与传统的PMCHW-CFIE方程分析技术相比,有更好的矩阵条件数和更快的迭代收敛速度。

## 参考文献

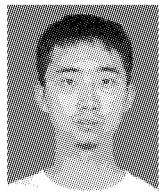
- [1] ANDREASEN M G. Scattering from bodies of revolution [J]. IEEE Trans on AP, 1965, 13: 303-310.
- [2] MAUTZ J R, HARRINGTON R F. Radiation and scattering from bodies of revolution[J]. Applied Scientific Research, 1969, 20(1): 405-435
- [3] HARRINGTON R F. Boundary integral formulations for homogeneous material bodies[J]. J Electromagn Waves Applicat, 1989, 3: 1-15.
- [4] WU T K, TSAI L L. Scattering from arbitrarily-shaped lossy dielectric bodies of revolution[J]. Radio Sci, 1977, 12: 709-718.
- [5] 朱剑, 梁洪灿, 陈如山. 半空间均匀手征旋转对称体的电磁散射分析[J]. 系统工程与电子技术, 2012, 32(12): 2547-2551.  
ZHU Jian, LIANG Hongcan, CHEN Rushan. Electro-magnetic scattering from homogeneous chiral body of revolution in the lossy half space[J]. Systems Engineering and Electronics, 2012, 32(12): 2547-2551. (in Chinese)
- [6] MAUTZ J R, HARRINGTON R F. Electromagnetic coupling to a conducting body of revolution with a homogeneous material region[J]. Electromagnetics, 1982, 2: 257-308.
- [7] HUDDLESTON P L, MEDGYESI-MITSCHANG L N, PUTNAM J M. Combined field integral equation formulation for scattering by dielectrically coated conducting bodies[J]. IEEE Trans on AP, 1986, 34: 510-520.
- [8] YLA-OIJALA P. Application of a novel CFIE for electromagnetic scattering by dielectric objects [J]. Microwave and Optical Technology Letters, 2002, 35(10): 3-5.
- [9] YLA-OIJALA P, TASKINEN M. Application of combined field integral equation for electromagnetic scattering by dielectric and composite objects [J]. IEEE Trans Antennas Propagat, 2003, 53(3): 1168-1173.
- [10] 胡云琴, 安宁, 丁大志, 等. 基于新型混合场积分方程的半空间三维均匀介质目标电磁散射分析[J]. 计算物理, 2010, 27(1): 89-94.  
HU Yunqin, AN Ning, DING Dazhi, et al. A combined field integral equation for electromagnetic scattering of homogeneous dielectric objects above half-space[J]. Chinese Journal of Computational Physics, 2010, 27(1): 89-94. (in Chinese)
- [11] 阙肖峰, 聂在平, 胡俊. 导体介质组合体电磁分析的建模与计算[J]. 电波科学学报. 2008, 23(3): 396-401.
- [12] QUE Xiaofeng, NIE Zaiping, HU Jun. Electromagnetic modeling and calculation for composite conducting and dielectric objects [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2008, 23(3): 396-401. (in Chinese)
- [13] SHORE R A, YAGHJIAN A D. A low-order-singularity electric-field integral equation solvable with pulse basis functions and point matching[J]. Progress in Electromagnetics Research, 2005, 52: 129-151.
- [14] 王海龙, 吴群, 吴健, 等. 一种高效的计算Mie级数的新方法[J]. 电波科学学报, 2006, 21(6): 811-815.  
WANG Hailong, WU Qun, WU Jian, et al. A new and highly effective approach for calculating the Mie series [J]. Chinese Journal of Radio Science, 2006, 21(6): 811-815. (in Chinese)
- [15] SAAD Y, SCHULTZ M H. GMRES: a generalized minimal residual algorithm for solving nonsymmetric linear systems [J]. SIAM J Sci Stat Comput, 1986, 7: 856-869.

**作者简介**

**樊振宏** (1978—),男,江苏人,南京理工大学电子工程与光电技术学院副教授,博士生导师,主要研究方向为计算电磁学、天线分析与设计。



**陈如山** (1965—),男,江苏人,南京理工大学电子工程与光电技术学院教授,博士生导师,研究领域包括微波毫米波集成电路与系统、电磁脉冲与瞬态电磁场、雷达与电磁兼容技术、计算电磁学。



**谭延君** (1990—),男,江苏人,南京理工大学电子工程与光电技术学院硕士研究生,研究方向为计算电磁学、电磁散射与目标特性等。