



拖曳细天线甚低频空间场的快速计算算法

毛云志, 郭占曹, 郑奎松, 张世田, 杨铭月

VLF radiation field from towed thin-wire antenna based on dipole approximation

MAO Yunzhi, GUO Zhancao, ZHENG Kuisong, ZHANG Shitian, and YANG Mingyue

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.12265/j.cjors.2024241>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于均匀分布偶极子的天线辐射场建模方法

Modeling of antenna radiation field based on uniformly distributed dipoles

电波科学学报. 2024, 39(3): 484–491

甚低频系留气球缆绳天线设计实现与效能分析

The design and performance analysis of VLF tethered balloon cable antenna

电波科学学报. 2021, 36(5): 775–780

电磁计算中辛时域有限差分算法研究进展

Progress of symplectic finite-difference time-domain algorithm in electromagnetic simulations

电波科学学报. 2020, 35(1): 43–54

低频/甚低频电磁脉冲测量系统研究

LF/VLF electromagnetic pulse measurement system

电波科学学报. 2020, 35(5): 791–798

各向异性电离层中沿地磁场取向有限长柱体目标的近场散射

Near-field scattering of finite cylindrical targets along the geomagnetic field in the anisotropic ionosphere

电波科学学报. 2024, 39(1): 46–55, 141

双指数源激励下垂直电偶极子产生的极低频近场

Near-field propagation of ELF wave excited by double-exponential function

电波科学学报. 2021, 36(1): 81–86



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

引用格式: 毛云志, 郭占曹, 郑奎松, 等. 拖曳细天线甚低频空间场的快速计算算法[J]. 电波科学学报, 2025, 40(3): 473-482. DOI: 10.12265/j.cjors.2024241

MAO Y Z, GUO Z C, ZHENG K S, et al. VLF radiation field from towed thin-wire antenna based on dipole approximation[J]. Chinese journal of radio science, 2025, 40(3): 473-482. (in Chinese). DOI: 10.12265/j.cjors.2024241

拖曳细天线甚低频空间场的快速计算算法

毛云志¹ 郭占曹² 郑奎松^{2*} 张世田¹ 杨铭月²

(1. 中国电波传播研究所 电波环境特性及模化技术重点实验室, 青岛 266107; 2. 西北工业大学电子信息学院, 西安 710129)

摘要 为解决传统时域有限差分方法计算三维弯曲拖曳细天线辐射场时精细网格离散计算空间造成消耗内存大和计算时间超长的难题, 本文利用时域电流-电荷连续性控制方程和电偶极子近似模型快速计算三维弯曲细天线的甚低频辐射场。首先, 通过仿真计算得到三维弯曲细天线上的电流分布和输入阻抗的频谱特性; 然后, 结合细天线上电流的分布特征将弯曲细天线分成若干物理单元, 并考虑甚低频波段波长的特点将每一个物理单元近似为电偶极子辐射源; 最后, 利用矢量叠加原理得到沿弯曲细天线分布的若干电偶极子源在自由空间、半空间单层地面与双层地面、受限空间内的辐射场。利用该方法计算了物理长度为 6 km 工作频率为 25 kHz 的弯曲拖曳细天线的甚低频电流分布及在空气中的辐射场。

关键词 拖曳细天线; 时域有限差分; 电偶极子近似; 甚低频; 辐射场

中图分类号 O451

文献标志码 A

文章编号 1005-0388(2025)03-0473-10

DOI 10.12265/j.cjors.2024241

VLF radiation field from towed thin-wire antenna based on dipole approximation

MAO Yunzhi¹ GUO Zhancao² ZHENG Kuisong^{2*} ZHANG Shitian¹ YANG Mingyue²

(1. National Key Laboratory of Electromagnetic Environment, China Research Institute of Radiowave Propagation, Qingdao 266107, China; 2. School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China)

Abstract In order to address the challenges of extensive memory consumption and prolonged computation time associated with the traditional finite-difference time-domain method for calculating the radiation field of a three-dimensional curved towed thin-wire antenna, this paper employs the time-domain current-charge continuity equation and dipole approximation to efficiently compute the very low frequency radiation field of such antennas. Through simulation, the current distribution and frequency-domain input impedance characteristics of the three-dimensional curved thin-wire antenna are obtained. By analyzing the current distribution along the antenna, the curved thin-wire antenna is divided into several physical segments. Considering the wavelength characteristics of the VLF band, each segment is approximated as an electric dipole radiation source. Using the principle of vector superposition, the radiation fields from these dipole sources distributed along the curved thin-wire antenna are calculated in the free space and half-space, above single-layer and double-layer formation, and within confined spaces. Finally, this method is applied to compute the VLF current distribution and the radiation field in air for a 6 km long curved towed thin-wire antenna operating at 25 kHz.

Keywords towed fine antenna; time-domain finite-difference; dipole approximate; very low frequency; radiated fields

0 引言

长波由于在大气层中传播稳定、衰减小、穿透岩

层和海水效果好, 是对潜通信的重要手段^[1]。目前, 甚低频 (very low frequency, VLF) 发射系统是世界各国研究最早、最成熟和最常用的岸对潜通信手段^[2],

收稿日期: 2024-11-30

资助项目: 国家自然科学基金 (61971351); 电波环境特性及模化技术重点实验室基金 (6142403240304, 6142403240202); 中国电波传播研究所稳定支持科研经费 (A132301213)

通信作者: 郑奎松 E-mail: kszheng@nwpu.edu.cn

它具有通信距离远、通信深度较大、数据传输速率较高的优点。研究者们对 VLF 频段电磁波的辐射传播特性进行了研究^[3-5]。为增强对潜通信的生存能力,需解决机动式对潜通信的难题。机载台最主要的设备是 VLF 发射系统,来自陆海空各方的对潜通信信号经过处理后,由 VLF 发射天线发送给潜艇。发射天线采用拖曳双线天线,一根天线长约 10 km,另一根长约 2 km,两根天线端部都系有一锥袋。需要通信时,长拖曳天线由后机舱地板上的开口放出,垂直朝下,短拖曳天线也从尾锥放出。当飞机沿着半径很小的圆圈盘旋时,天线接近垂直状态,以达到最佳通信效果。但是机载拖曳天线由于受到飞行速度、飞行姿态以及自身长度的影响,在空中存在弯曲部分,而且由于拖曳细天线长度多在千米级别,而半径多在毫米级别,使用常规时域有限差分 (finite-difference time-domain, FDTD) 方法会出现剖分网格数过多,导致计算所消耗内存量过大,超过单台计算机所能承受的程度。

为解决上述问题,本文提出一种基于时域电流-电荷连续性方程和偶极子近似模型的快速算法。偶极子近似法对研究电缆辐射、电磁兼容等问题具有重要意义。曹乐等人计算了半空间上存在高度的任意方向电偶极子的远场辐射问题^[6];周丽丽等人计算了受限空间中任意方向电偶极子的远场辐射方向图^[7];刘丰给出了水下拖曳天线辐射电磁波跨越海洋-空气界面的辐射特性^[8]。利用偶极子近似方法要先得到拖曳细天线上的电流分布,在本文中该电流分布由 FDTD 弯曲细导线算法得到。1981 年, Holland R 等人就提出了一种细导线建模方法,在 THREDE 软件中引入了一组电流-电荷方程来描述空间中一段导线上电流和电荷的变化^[9]。1987 年, Umashankar K R 等人提出了直细导线方法^[10-11],并将其引入到 FDTD 方法中。该方法基于法拉第轮廓路径积分定律,能够很好地模拟平行于笛卡尔坐标系的通电直导线的散射情况,但无法模拟通电的弯曲细导线的散射情况。Berenger J P 近年来对细导线方法的稳定性与寄生解的来源进行了讨论,提出了 FDTD 细导线方法的优化方法^[12-13]。乔海亮等人改进了细导线模型的电流密度分配方案,实现了更准确的结果^[14]。

上述文献均未考虑甚低频拖曳细天线的辐射情况,本文首先提出将时域电流-电荷方程应用到求解 VLF 频段的拖曳细天线的电流分布。然后,根据电流分布特点将细导线分割为若干线段,每一段可以看成通有相应 VLF 电流的电偶极子源。最后,根据矢量叠加原理,利用所有电偶极子辐射场得到拖曳细天线的近远区辐射场和远场方向图,并讨论了拖曳天线的最大辐射方向随计算空间的变化。

1 拖曳细天线空间场计算

1.1 弯曲细导线电流的提取方法

在 FDTD 方法中,细导线方法是在 Maxwell 方程组的基础上引入一组时域的电流-电荷连续性方程来描述空间中一段任意导线上的电流和电荷变化。如图 1 所示,将一段弯曲的细导线视为若干段直导线首尾相连,每一小段直导线的中点视为电流节点,两端视为电荷节点。

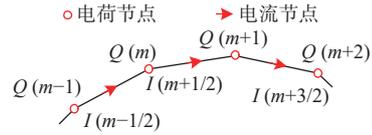


图 1 电流与电荷节点划分示意图

Fig. 1 Schematic of the division of current and charge nodes

电流-电荷的偏微分方程为

$$\begin{cases} L \frac{\partial I}{\partial t} = -\frac{L}{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r} \frac{\partial Q}{\partial \xi} + E_\xi - RI \\ \frac{\partial Q}{\partial t} = -\frac{\partial I}{\partial \xi} - \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} Q \end{cases} \quad (1)$$

式中: I 为细导线上的电流; Q 为导线上单位长度内的电荷; ε_0 和 μ_0 分别为真空中的介电常数和磁导率; ε_r 、 μ_r 和 σ 分别为导线周围区域内的相对介电常数、相对磁导率和电导率; ξ 为该段导线的法线方向的导数; E_ξ 为细导线上电流节点处的电场; R 为导线上单位长度的电阻; L 为胞内电感,其计算公式为

$$L = \frac{\mu_0}{2\pi} \ln\left(\frac{r}{a}\right) \quad (2)$$

r 为场点到导线轴线的距离, a 为导线的半径。

利用 FDTD 算法将式 (1) 进行离散,可以得到电流和电荷的迭代公式如下:

$$\begin{aligned} I_\xi^{n+1/2}\left(m + \frac{1}{2}\right) &= C_{11} I_\xi^n\left(m + \frac{1}{2}\right) + C_{13} E_\xi^n \\ &\quad + C_{12} (Q^n(m+1) - Q^n(m)) \\ Q^{n+1}(m) &= C_{q1} Q^n(m) + C_{q2} \left(I_\xi^{n+1/2}\left(m + \frac{1}{2}\right) - I_\xi^{n+1/2}\left(m - \frac{1}{2}\right) \right) \end{aligned} \quad (3)$$

式中各个系数的表达式如下:

$$\begin{aligned} C_{11} &= \frac{2L - R\Delta t}{2L + R\Delta t} \\ C_{13} &= \frac{2\Delta t}{2L + R\Delta t} \\ C_{12} &= -\frac{1}{\varepsilon_0 \varepsilon_r \mu_0 \mu_r l} \frac{2L\Delta t}{2L + R\Delta t} \\ C_{q1} &= \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_r - \sigma \Delta t}{2\varepsilon_0 \varepsilon_r + \sigma \Delta t} \\ C_{q2} &= -\frac{1}{l} \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon_r \Delta t}{2\varepsilon_0 \varepsilon_r + \sigma \Delta t} \end{aligned}$$

将式(3)得到的电流进行插值处理,得到FDTD元胞处的电流密度,再将其代入常规FDTD算法中电场的迭代式,得

$$\begin{cases} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \varepsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma E_x + J_x \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma E_y + J_y \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \varepsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} + \sigma E_z + J_z \end{cases} \quad (5)$$

式中, J_x 、 J_y 和 J_z 分别为 x 、 y 和 z 方向上的电流密度。

FDTD方法中三个电场分量的迭代式为

$$\begin{cases} E_x^{n+1}(i, j, k) = C_e E_x^n(i, j, k) \\ \quad + C_h \left[H_z^{n+1/2}(i, j, k) - H_z^{n+1/2}(i, j-1, k) \right. \\ \quad \left. - H_y^{n+1/2}(i, j, k) + H_y^{n+1/2}(i, j, k-1) \right] + C_j J_x \\ E_y^{n+1}(i, j, k) = C_e E_y^n(i, j, k) \\ \quad + C_h \left[H_x^{n+1/2}(i, j, k) - H_x^{n+1/2}(i, j, k-1) \right. \\ \quad \left. - H_z^{n+1/2}(i, j, k) + H_z^{n+1/2}(i-1, j, k) \right] + C_j J_y \\ E_z^{n+1}(i, j, k) = C_e E_z^n(i, j, k) + \\ \quad C_h \left[H_y^{n+1/2}(i, j, k) - H_y^{n+1/2}(i-1, j, k) \right. \\ \quad \left. - H_x^{n+1/2}(i, j, k) + H_x^{n+1/2}(i, j-1, k) \right] + C_j J_z \end{cases} \quad (6)$$

式中, C_e 、 C_h 、 C_j 分别代表电场、磁场和电流节点前的系数,

$$C_e = \frac{\varepsilon - \frac{\sigma}{2}}{\varepsilon + \frac{\sigma}{2}}, \quad C_h = \frac{1}{\left(\frac{\varepsilon}{\Delta t} + \frac{\sigma}{2}\right)\Delta\xi}, \quad C_j = -\frac{1}{\left(\frac{\varepsilon}{\Delta t} + \frac{\sigma}{2}\right)}$$

由此,便得到了加入细导线电流密度的FDTD电场迭代式,磁场迭代式与常规FDTD方法相同。图2所示为该细导线方法的迭代步骤以及与传统FDTD方法的结合。

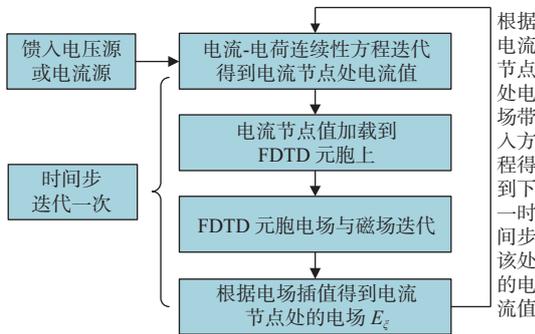


图2 细导线方法迭代示意图

Fig. 2 Schematic of the thin-wire method iteration

1.2 任意极化电偶极子辐射场的计算

电偶极子源定义为一小段电流元 Il , 其长度 l 远远小于波长 λ 。在空间某一位置的任意极化方向电偶极子单元的电流密度 \mathbf{J} 可表示为

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}') = \hat{\mathbf{e}}_{r_0} Il \delta(\mathbf{r}') \quad (7)$$

式中: \mathbf{r}' 为空间位置矢量; $\hat{\mathbf{e}}_{r_0}$ 为电偶极子的极化方向单位矢量; δ 为冲激函数。由电流密度得到辐射场势函数为

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}) = \hat{\mathbf{e}}_{r_0} Il \mu \frac{e^{jkr}}{4\pi r} \quad (8)$$

式中, r 为电偶极子到观察点处的距离。

1.2.1 自由空间中电偶极子的辐射场

由辐射场势函数计算磁场的公式为

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} \quad (9)$$

利用公式(8)和(9),磁场的计算公式为

$$\mathbf{H} = jkIl \left(1 + \frac{j}{kr}\right) \frac{e^{jkr}}{4\pi r} (\hat{\mathbf{e}}_r \times \hat{\mathbf{e}}_{r_0}) \quad (10)$$

式中: k 为波数; $\hat{\mathbf{e}}_r$ 为电偶极子单元到观察点处的单位矢量。如图3所示,单元电偶极子位于坐标原点处(红色箭头表示),点 P 为空间中观测点, θ_0 和 φ_0 为电偶极子的极化方向角, θ 和 φ 为源点到观测点的方向角。

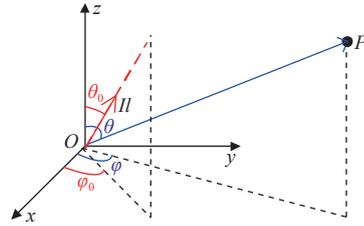


图3 电偶极子单元示意图

Fig. 3 Schematic of the electric dipole unit

将式(10)中的矢量叉乘分解为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{e}}_r \times \hat{\mathbf{e}}_{r_0} = & \sin \theta_0 \sin(\varphi - \varphi_0) \hat{\mathbf{e}}_\theta \\ & + [-\sin \theta \cos \theta_0 + \cos \theta \sin \theta_0 \cos(\varphi - \varphi_0)] \hat{\mathbf{e}}_\varphi \end{aligned} \quad (11)$$

为简化公式书写,设置中间函数如下:

$$G(r) = \frac{e^{jkr}}{4\pi r} \quad (12)$$

$$f_1(\theta, \varphi) = -\sin \theta \cos \theta_0 + \cos \theta \sin \theta_0 \cos(\varphi - \varphi_0) \quad (13)$$

$$g_1(\varphi) = -\sin \theta_0 \sin(\varphi - \varphi_0) \quad (14)$$

联合式(10)和(11),可得磁场的计算公式为

$$\mathbf{H} = jkIl \left(1 + \frac{j}{kr}\right) G(r) [-g_1(\varphi) \hat{\mathbf{e}}_\theta + f_1(\theta, \varphi) \hat{\mathbf{e}}_\varphi] \quad (15)$$

计算电场的公式为

$$\mathbf{E} = \frac{j}{\omega \mu \varepsilon} [-k^2 \mathbf{A} - \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A})] \quad (16)$$

展开式(16),可得电场各分量的计算式为

$$\begin{cases} E_r = j\omega\mu IIG(r)p_1(r)f_2(\theta, \varphi) \\ E_\theta = j\omega\mu IIG(r)p_2(r)f_1(\theta, \varphi) \\ E_\varphi = j\omega\mu IIG(r)p_2(r)g_1(\varphi) \end{cases} \quad (17)$$

式中:

$$\begin{cases} p_1(r) = \frac{j}{kr} + \left(\frac{j}{kr}\right)^2 \\ p_2(r) = 1 + \frac{j}{kr} + \left(\frac{j}{kr}\right)^2 \end{cases} \quad (18)$$

$$f_2(\theta, \varphi) = 2[\sin\theta \sin\theta_0 \cos(\varphi - \varphi_0) + \cos\theta \cos\theta_0] \quad (19)$$

任意方向电偶极子的远区场公式为

$$\begin{cases} \mathbf{E} = j\omega\mu I \hat{\mathbf{e}}_r \times (\hat{\mathbf{e}}_{r_0} \times \hat{\mathbf{e}}_r) \frac{e^{jkr}}{4\pi r} \\ \mathbf{H} = jkI (\hat{\mathbf{e}}_{r_0} \times \hat{\mathbf{e}}_r) \frac{e^{jkr}}{4\pi r} \end{cases} \quad (20)$$

同理,将式(20)中的叉乘展开,得到任意方向电偶极子的远区场公式为

$$\begin{cases} \mathbf{E} = j\omega\mu IIG(r)[f_1(\theta, \varphi)\hat{\mathbf{e}}_\theta + g_1(\varphi)\hat{\mathbf{e}}_\varphi] \\ \mathbf{H} = jkIIG(r)[g_1(\varphi)\hat{\mathbf{e}}_\theta + f_1(\theta, \varphi)\hat{\mathbf{e}}_\varphi] \end{cases} \quad (21)$$

1.2.2 受限空间中电偶极子的辐射场

当存在多层介质时,不仅需要考虑直达波,还需要考虑反射波,下面推导给出其近区辐射场的计算公式。

如图4所示,在三层介质中,考虑电磁波的不同传播路径,观测点 P 处的辐射场可以视为三种场的叠加:一是直达波产生的场;二是上界面反射波产生的场;三是下界面反射波产生的场。图4中, d_1 为观测点与原点之间的水平距离, H 为中间介质层的高度, h 为电偶极子离地高度。

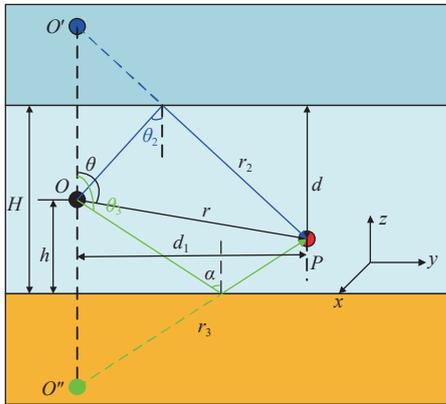


图4 电偶极子计算模型示意图

Fig. 4 Schematic of the electric dipole calculation model

直达波的路径为 $r = d_1 / \sin\theta$,上反射波的路径为

$$r_2 = \sqrt{4(H-h)^2 + r^2 - 4(H-h)r\cos\theta} \quad (22)$$

下反射波的路径为

$$r_3 = \sqrt{4h^2 + r^2 + 4hr\cos\theta} \quad (23)$$

上反射角 $\theta_2 = \arcsin(d_1/r_2)$,下反射角 $\alpha = \arcsin(d_1/r_3)$, $\theta_3 = \pi - \alpha$ 。

直达波场与式(17)相同,重点为求解反射波场。下面给出求解上界面反射波场的计算过程。电偶极子关于上界面的镜像点为 O' , O' 处的镜像电偶极子在 P 点处的直达波场为

$$\begin{cases} E_{r_2} = j\omega\mu IIG(r_2)p_1(r_2)f_2(\theta_2, \varphi) \\ E_{\theta_2} = j\omega\mu IIG(r_2)p_2(r_2)f_1(\theta_2, \varphi) \\ E_{\varphi_2} = j\omega\mu IIG(r_2)p_2(r_2)g_1(\varphi) \end{cases} \quad (24)$$

考虑到上界面的反射影响,应将 $\hat{\mathbf{e}}_{r_2}$ 与 $\hat{\mathbf{e}}_{\theta_2}$ 方向的分量分解至直角坐标系下,得到的 $\hat{\mathbf{e}}_x$ 和 $\hat{\mathbf{e}}_y$ 方向的场量变号, $\hat{\mathbf{e}}_z$ 方向的场量符号不变。反射波电场为

$$\begin{cases} E_{r_2} = (-\sin\theta_2 \cos\varphi \hat{\mathbf{e}}_x - \sin\theta_2 \sin\varphi \hat{\mathbf{e}}_y + \cos\theta_2 \hat{\mathbf{e}}_z) \\ \quad \times R_{\theta_2}^{\text{TM}} j\omega\mu IIG(r_2)p_1(r_2)f_2(\theta_2, \varphi) \\ E_{\theta_2} = (-\cos\theta_2 \cos\varphi \hat{\mathbf{e}}_x - \cos\theta_2 \sin\varphi \hat{\mathbf{e}}_y - \sin\theta_2 \hat{\mathbf{e}}_z) \\ \quad \times R_{\theta_2}^{\text{TM}} j\omega\mu IIG(r_2)p_2(r_2)f_1(\theta_2, \varphi) \\ E_{\varphi_2} = R_{\theta_2}^{\text{TE}} j\omega\mu IIG(r_2)p_2(r_2)g_1(\varphi)\hat{\mathbf{e}}_{\varphi_2} \end{cases} \quad (25)$$

式中: $R_{\theta_2}^{\text{TE}}$ 和 $R_{\theta_2}^{\text{TM}}$ 分别为在上界面反射角为 θ_2 时TE和TM波的反射率。对于入射面,TE波为电场极化方向垂直于入射面的电磁波,TM波为电场极化方向平行于入射面的电磁波,反射率的计算公式如下:

$$\begin{cases} R^{\text{TM}} = \frac{1 - \frac{\mu_0 \sqrt{k_1^2 - (k \sin\theta)^2}}{\mu_1 k \cos\theta}}{1 + \frac{\mu_0 \sqrt{k_1^2 - (k \sin\theta)^2}}{\mu_1 k \cos\theta}} \\ R^{\text{TE}} = \frac{1 - \frac{\varepsilon_0 \sqrt{k_1^2 - (k \sin\theta)^2}}{\varepsilon_1 k \cos\theta}}{1 + \frac{\varepsilon_0 \sqrt{k_1^2 - (k \sin\theta)^2}}{\varepsilon_1 k \cos\theta}} \end{cases} \quad (26)$$

式中: k 为入射波的波数; k_1 为透射波的波数; θ 为入射角度; ε_0 、 ε_1 和 μ_0 、 μ_1 分别为入射波所在区域与透射波所在区域的介电常数和磁导率。将 $\hat{\mathbf{e}}_x$ 、 $\hat{\mathbf{e}}_y$ 、 $\hat{\mathbf{e}}_z$ 再次分解到 $\hat{\mathbf{e}}_\theta$ 、 $\hat{\mathbf{e}}_\varphi$ 方向上,则有

$$\begin{cases} E_1(P) = [\cos(\theta + \theta_2)\hat{\mathbf{e}}_r - \sin(\theta + \theta_2)\hat{\mathbf{e}}_\theta] \\ \quad \times R_{\theta_2}^{\text{TM}} j\omega\mu IIG(r_2)p_1(r_2)f_2(\theta_2, \varphi) \\ E_2(P) = [-\sin(\theta + \theta_2)\hat{\mathbf{e}}_r - \cos(\theta + \theta_2)\hat{\mathbf{e}}_\theta] \\ \quad \times R_{\theta_2}^{\text{TM}} j\omega\mu IIG(r_2)p_2(r_2)f_1(\theta_2, \varphi) \\ E_3(P) = R_{\theta_2}^{\text{TE}} j\omega\mu IIG(r_2)p_2(r_2)g_1(\varphi)\hat{\mathbf{e}}_\varphi \end{cases} \quad (27)$$

同理可得下界面的反射波场。最终将得到的直达波场与上下界面的反射波场叠加,得到 P 点的总电场为

$$\begin{aligned}
 E_r = & j\omega\mu IIG(r)p_1(r)f_2(\theta, \varphi) \\
 & + \cos(\theta + \theta_2)R_{\theta_2}^{TM}j\omega\mu IIG(r_2)p_1(r_2)f_2(\theta_2, \varphi) \\
 & - \sin(\theta + \theta_2)R_{\theta_2}^{TM}j\omega\mu IIG(r_2)p_2(r_2)f_1(\theta_2, \varphi) \\
 & + \cos(\theta + \theta_3)R_{\theta_3}^{TM}j\omega\mu IIG(r_3)p_1(r_3)f_2(\theta_3, \varphi) \\
 & - \sin(\theta + \theta_3)R_{\theta_3}^{TM}j\omega\mu IIG(r_3)p_2(r_3)f_1(\theta_3, \varphi) \quad (28)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_\theta = & j\omega\mu IIG(r)p_2(r)f_1(\theta, \varphi) \\
 & - \sin(\theta + \theta_2)R_{\theta_2}^{TM}j\omega\mu IIG(r_2)p_1(r_2)f_2(\theta_2, \varphi) \\
 & - \cos(\theta + \theta_2)R_{\theta_2}^{TM}j\omega\mu IIG(r_2)p_2(r_2)f_1(\theta_2, \varphi) \\
 & - \sin(\theta + \theta_3)R_{\theta_3}^{TM}j\omega\mu IIG(r_3)p_1(r_3)f_2(\theta_3, \varphi) \\
 & - \cos(\theta + \theta_3)R_{\theta_3}^{TM}j\omega\mu IIG(r_3)p_2(r_3)f_1(\theta_3, \varphi) \quad (29)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E_\varphi = & j\omega\mu IIG(r)p_2(r)g_1(\varphi) + R_{\theta_2}^{TE}j\omega\mu IIG(r_2)p_2(r_2)g_1(\varphi) \\
 & + R_{\theta_3}^{TE}j\omega\mu IIG(r_3)p_2(r_3)g_1(\varphi) \quad (30)
 \end{aligned}$$

从上述公式形式上可以得出, 单个电偶极子的辐射与电偶极子的极化方向 θ_0 、 φ_0 , 电偶极子到观测点的距离 r 和方向 θ 、 φ , 以及电偶极矩 I 有关; 当为受限空间时, 还与反射系数有关。

1.2.3 电偶极子辐射场的叠加

同细导线算法相同, 将一段弯曲导线视为若干段直导线首尾相接而成, 当直导线的长度 l 远远小于电磁波的波长时, 可以将该段直导线视为一段电偶极子, 将该段直导线中点处的电流视为电偶极子的电流, 且在该段直导线上电流无变化。因此, 弯曲导线可以视为若干个电偶极子首尾相连, 弯曲导线的辐射问题可以视为若干个不同极化方向的电偶极子辐射场叠加。图 5 所示为二维坐标系下弯曲导线的模拟。

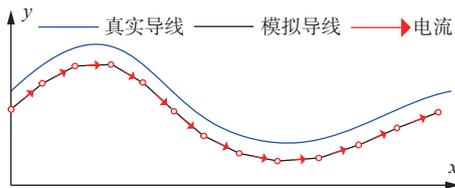


图 5 二维坐标系下弯曲导线的电偶极子模拟

Fig. 5 Electric dipoles of bent wire in a 2D coordinate system

为得到沿弯曲拖曳细天线分布的电偶极子阵列的辐射场, 需要将所有电偶极子辐射场进行矢量叠加。在计算电偶极子单元的辐射场时, 是在以电偶极子单元为原点的球坐标系下进行的。不同电偶极子在同一观测点处的场方向不同, 需要先将全局坐标系转换到以电偶极子为原点的局部坐标系, 即使用电偶极子首尾坐标的位置矢量之差 (图 6 中表示为 $r_2 - r_1$) 得到电偶极子的极化方向矢量 r_0 ; 使用电偶极子首坐标与观测点 P 的位置矢量之差 (图 6 中表示为 $r_3 - r_1$) 得到位置矢量 r 。上述过程中得到的极化方向矢量 r_0 的方位角为 θ_0 和 φ_0 。电偶极子到观测

点位置矢量 r 的距离为 r , 方向为 θ 、 φ 。电偶极矩由细导线算法得出。任意方向电偶极子在观测点处的场分量的极化方向为 \hat{e}_r 、 \hat{e}_θ 和 \hat{e}_φ 。通过坐标变换将球坐标系下的分量转换为直角坐标系下的分量, 即 \hat{e}_x 、 \hat{e}_y 、 \hat{e}_z 。同理对沿弯曲细导线分布的所有电偶极子的辐射场进行矢量叠加, 最终得到弯曲细天线总的辐射场。

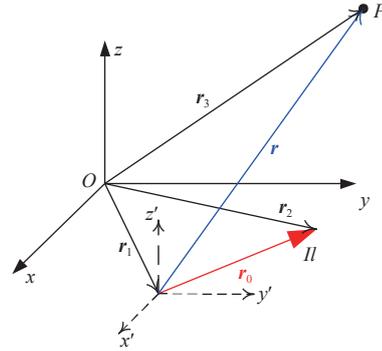


图 6 电偶极子叠加示意图

Fig. 6 Schematic of the superposition of electric dipoles

2 算例结果

2.1 弯曲细导线电流的验证

本算例利用长度为 6 km 的拖曳细天线来验证细导线上电流提取方法的正确性。拖曳细天线的空中姿态如图 7 所示。拖曳细天线位于空气中, 垂度为 70%, 半径为 1.5 mm, 忽略其电阻。天线的馈源点位于计算模型的坐标原点处。FDTD 网格为立方体, 空间网格步长为 50 m。拖曳细天线均分为 100 段。馈源点位于第一段的中点处, 不考虑激励源内阻。激励源选择高斯脉冲波形, 表达式为

$$V_i(t) = 100\exp\left(-\left(\frac{t-3T}{T}\right)^2\right)$$

式中, $T=20\Delta t$, $\Delta t=\Delta\xi/(2c)\approx 41.6667$ ns。

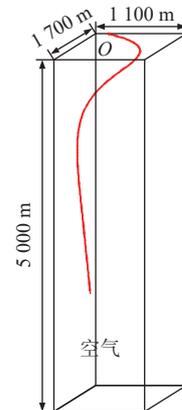


图 7 拖曳细天线姿态示意图

Fig. 7 Schematic of the towed thin-wire antenna attitude

本算例关心的频率为 10~100 kHz。利用本文方法得到拖曳细天线输入阻抗的频响特性,结果如图 8 所示。输入阻抗的计算公式为

$$Z_{in} = \frac{V(m+1) - V(m)}{I(m+1/2)} \quad (31)$$

式中, m 为空间节点的位置坐标。

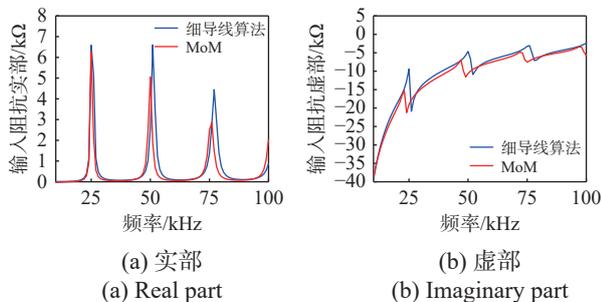


图 8 拖曳细天线的输入阻抗

Fig. 8 The input impedance of the towed thin-wire antenna

观察图 8 中的两条曲线,可以看出本文细导线算法得到的输入阻抗与 MoM 方法吻合。

2.2 任意极化电偶极子辐射场的验证

2.2.1 单一地层半空间

在半空间的情况下,电偶极子放置在地面上方 $h=0.3$ m 处。半空间上方介质为真空,下方介质分别为理想导体与干土壤。干土壤的电磁参数为 $\epsilon_r=4$, $\mu=1$ 和 $\sigma=10^{-5}$ 。电偶极子 $Il=0.002$ A·m, 频率 $f=1$ GHz。计算得到地面上方 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ 和 $0^\circ \leq \varphi < 360^\circ$ 的辐射场 $\sqrt{|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2}$ 的方向图(用最大值归一),图 9 为垂直电偶极子 ($\theta_0=0^\circ$, $\varphi_0=0^\circ$) 在 $\varphi=0^\circ$ 的情况下归一化电场幅值随 θ 的变化。可以看出,在半空间中,电偶极子的远场方向图与参考文献 [15-16] 相同。

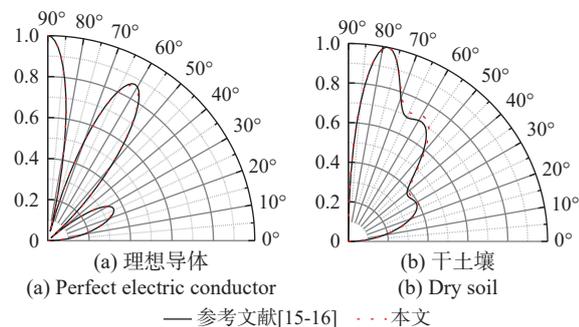


图 9 单一地层半空间上电偶极子的远场辐射方向图

Fig. 9 Far-field radiation pattern of an electric dipole above single-layer formation in the half space

2.2.2 双层地层半空间

为模拟真实地层情况,设置地层介质为多层介质。其中第一层为干土壤层,介质参数为 $\epsilon_r=10$ 、

$\mu=1$ 和 $\sigma=10^{-3}$ S/m, 厚度为 1 m; 第二层为湿土壤层,介质参数为 $\epsilon_r=10$ 、 $\mu=1$ 和 $\sigma=10^{-3}$ S/m。计算得到水平偶极子以及极化方向为 $\theta=45^\circ$ 、 $\varphi=45^\circ$ 偶极子的远场辐射方向图,如图 10 和图 11 所示,计算结果与参考文献 [17] 一致。

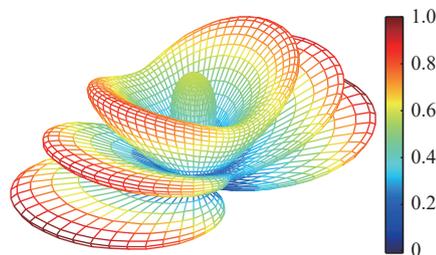


图 10 双层地层半空间上水平偶极子的远场辐射方向图
Fig. 10 Far-field radiation pattern of a horizontal dipole above double-layer formation in the half space

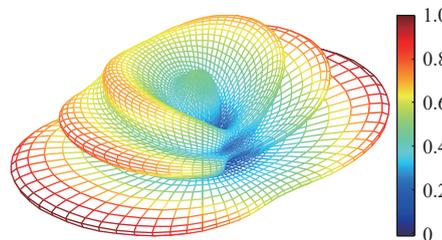


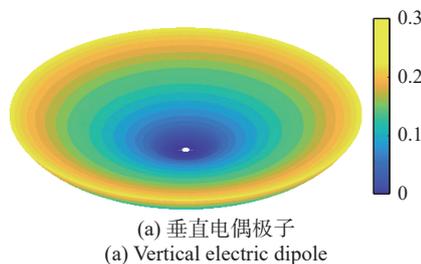
图 11 双层地层半空间上极化方向为 $\theta=45^\circ$ 、 $\varphi=45^\circ$ 电偶极子的远场辐射方向图

Fig. 11 Far-field radiation pattern of an electric dipole with a polarization direction of $\theta=45^\circ$, $\varphi=45^\circ$ above double-layer formation in the half space

2.2.3 受限空间

设置电偶极子电流 $I=0.002$ A, 长度 $l=1$ m。受限空间的上空间介质参数为 $\epsilon_r=10$, $\mu=1$ 和 $\sigma=10^{-3}$ S/m; 下空间的介质参数为 $\epsilon_r=4$, $\mu=1$ 和 $\sigma=10^{-5}$ S/m。受限空间高度 $H=70$ km。利用本文方法计算 100 kHz 电偶极子的辐射场,得到 $76.5^\circ < \theta < 90^\circ$, $0^\circ \leq \varphi < 360^\circ$ 取实部的辐射场 $\sqrt{[\text{Re}(E_\theta)]^2 + [\text{Re}(E_\phi)]^2 + [\text{Re}(E_z)]^2}$ 的方向图。

图 12 给出工作频率为 100 kHz 的不同取向电偶极子在水平受限空间的立体方向图,电偶极子均放置在离地高度 $h=80$ m 处,计算结果与参考文献 [7] 相同。



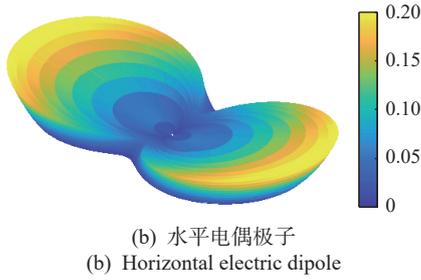


图 12 受限空间 100 kHz 不同极化电偶极子的远场辐射方向图

Fig. 12 Far-field radiation pattern of electric dipoles with different polarizations at 100 kHz in the confined space

2.2.4 自由空间

在自由空间中, 电偶极子阵列的数目为 5, 等间距分布在 x 轴上, 间距 $d=\lambda/2$, 如图 13 所示。工作频率为 300 MHz, 偶极子极矩均为 $Il=0.002 \text{ A}\cdot\text{m}$ 。当单元间的相移为 0 和 $\pi/2$ 时, 所得的辐射方向图如图 14 所示。其中, 实线为单元电偶极子乘以阵列因子得到的辐射方向图。两条曲线的对比结果验证了本文计算方法的正确性。

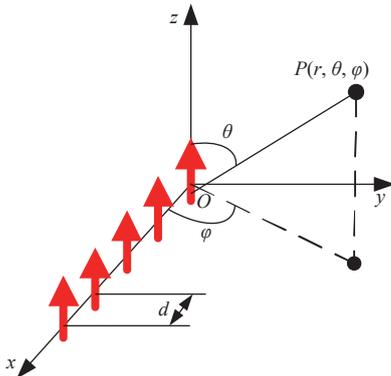


图 13 电偶极子阵列分布示意图

Fig. 13 Schematic of the distribution of electric dipole array

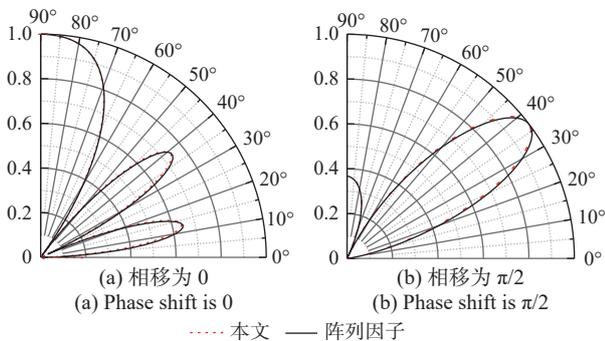


图 14 自由空间电偶极子阵列的远场辐射方向图

Fig. 14 The far-field radiation pattern of the electric dipole array in the free space

2.3 拖曳细天线的电流分布与输入阻抗

采用不同长度的拖曳细天线进行计算, 天线长度分别为 3 km 和 6 km。利用本文方法计算自由空

间中不同长度拖曳细天线上的输入阻抗。由天线理论可知, 输入阻抗出现谐振峰值的频率应为 50 kHz 和 25 kHz, 而由本文方法得到的输入阻抗在 50 kHz 和 26.3 kHz 时出现峰值, 如图 15 所示, 两种方法的计算结果一致。

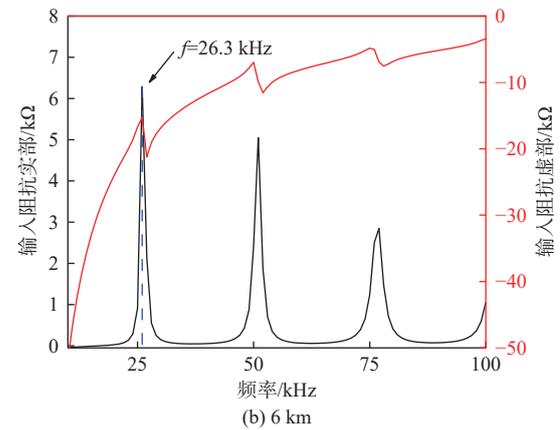
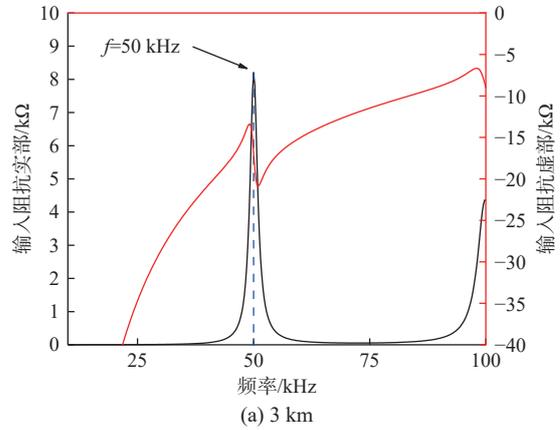


图 15 不同长度拖曳细天线的输入阻抗

Fig. 15 The input impedance of the towed thin-wire antenna at different lengths

由细导线算法得到不同长度拖曳细天线的电流分布, 如图 16 所示。可以看出, 电流分布符合天线理论, 类似余弦函数。

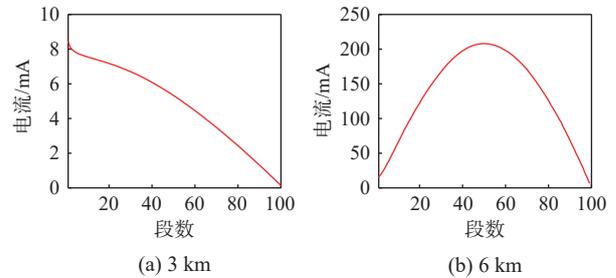


图 16 自由空间中拖曳细天线在 $f=25 \text{ kHz}$ 的电流分布图

Fig. 16 Current distribution of a towed thin-wire antenna at $f=25 \text{ kHz}$ in the free space

下面给出受限空间中拖曳细天线的电流分布。设置 FDTD 计算空间如图 17 所示, 其中上层介质的

参数为 $\varepsilon_r=10$ 、 $\mu=1$ 和 $\sigma=10^{-3}$ S/m; 下层介质的参数为 $\varepsilon_r=4$ 、 $\mu=1$ 和 $\sigma=10^{-5}$ S/m; 中间层为空气。图 18 给出了分层空间中工作在 25 kHz 拖曳细天线上的电流分布。对比图 16(b) 和图 18 可知, 空间的变化对电流趋势基本没有影响, 只对电流的幅值产生影响。

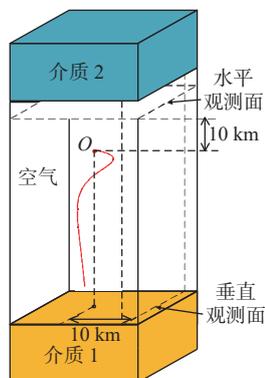


图 17 拖曳细天线的计算空间示意图

Fig. 17 Schematic of the computational space of a towed thin-wire antenna

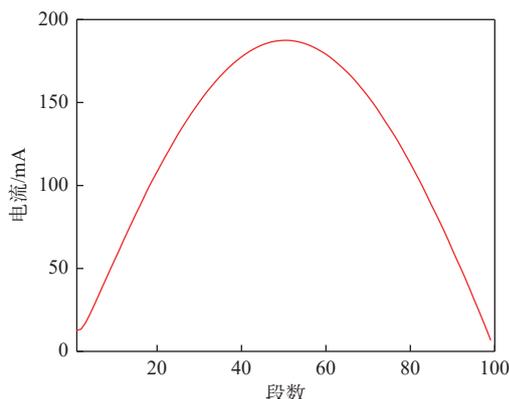


图 18 受限空间中拖曳细天线在 $f=25$ kHz 的电流分布图

Fig. 18 Current distribution of a towed thin-wire antenna at $f=25$ kHz in the confined space

2.4 拖曳细天线的辐射场

根据上述得到的拖曳细天线的电流分布, 将拖曳细天线分隔成若干段, 考虑到 VLF 电磁波波长的特点可以将每一段近似为电偶极子。将拖曳细天线的电流分为 1 000 段, 每段长度为 6 m。在每一小段偶极子单元上电流视为同相, 只是电流幅值不尽相同。利用本文方法计算所有电偶极子单元产生的近远区辐射场并进行矢量叠加, 得到拖曳细天线的近远区辐射场和归一化远区辐射场方向图。

在自由空间中, 在同一视角下观察不同长度的拖曳细天线在 25 kHz 的远场辐射方向图, 如图 19 所示。可以看出, 在工作频率和天线姿态不改变的情况下, 天线长度在一定范围内小幅度增加不改变远

场方向图的形状, 只改变了远场方向图的朝向与倾斜程度。

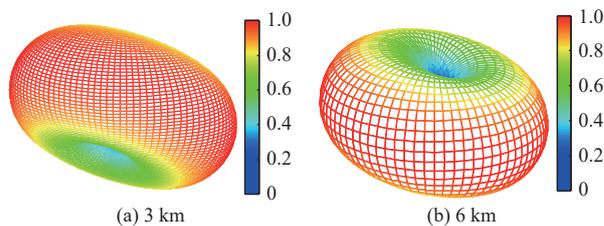


图 19 不同长度拖曳细天线自由空间远场辐射方向图

Fig. 19 Far-field radiation pattern of thin-wire towed antenna in the free space

在半空间问题中, 考虑长度为 6 m 细天线的远区辐射场。由于地面的加入, 此时观察视角范围为 $0^\circ \sim 90^\circ$, 得到的远场辐射方向图如图 20 所示。可以看出, 在半空间问题情况下, 辐射场的最大辐射方向为沿着地面传播。

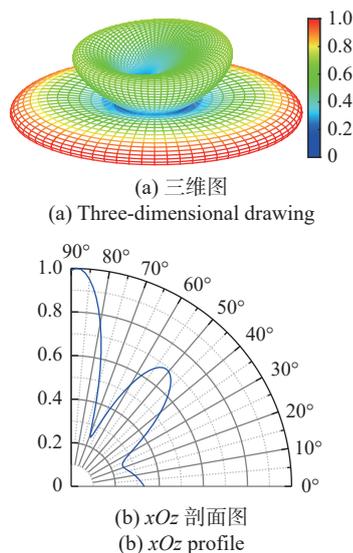
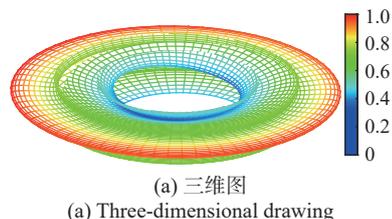


图 20 拖曳细天线半空间远场辐射方向图

Fig. 20 Far-field radiation pattern of the towed thin-wire antenna in the half space

在分层空间问题中, 由于受上下边界的影响, 观察视角范围变为 $60^\circ \sim 90^\circ$, 得到的远场辐射方向图如图 21 所示。观察到这种状态下辐射场的最大辐射方向约在 $\theta = 78^\circ$ 方向。



(a) 三维图
(a) Three-dimensional drawing

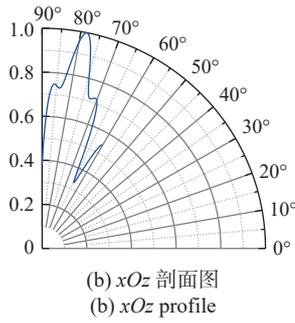


图 21 拖曳细天线分层空间远场辐射方向图

Fig. 21 Far-field radiation pattern of the towed thin-wire antenna in the layered space

在近场区域, 分别考虑在自由空间、半空间以及受限空间中的辐射场。空间介质参数同上, 选取拖曳细天线正上方的水平截面 (即 xOy 截面) 和侧方的垂直截面 (即 xOz 截面) 来观察电场的变化情况, 截面距离坐标原点 10 m, 小于一个波长。观察图 22~24, 可以看到在近场区域, 随着计算空间的改变, 其辐射的最大方向发生了变化。

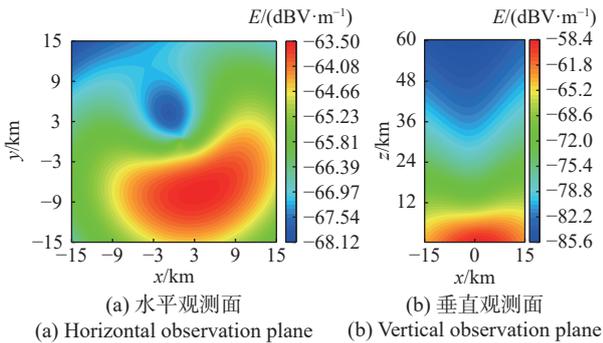


图 22 拖曳细天线自由空间近场辐射场图

Fig. 22 Diagram of the near-field radiation field of a towed thin-wire antenna in the free space

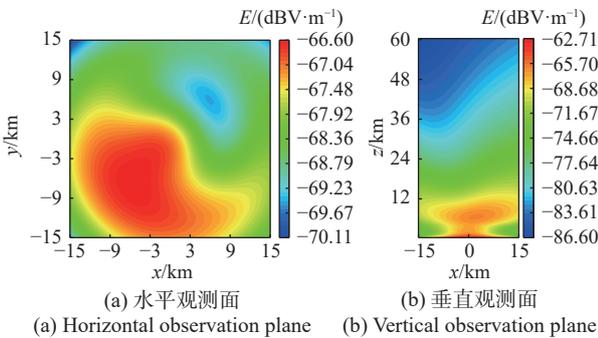


图 23 拖曳细天线半空间近场辐射场图

Fig. 23 Diagram of the near-field radiation field of a towed thin-wire antenna in the half space

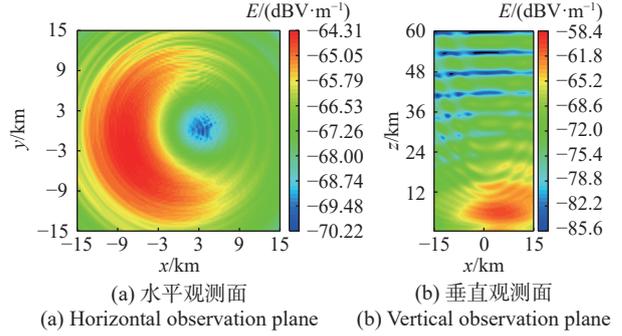


图 24 拖曳细天线受限空间近场辐射场图

Fig. 24 Diagram of the near-field radiation field of a towed thin-wire antenna in the confined space

3 结 论

本文首先联合 FDTD 方法和电流-电荷连续性方程计算了三维弯曲细天线 VLF 频段的电流分布和输入阻抗的频响特性; 然后, 根据 VLF 电流的分布特征, 利用偶极子近似方法通过矢量叠加的方式得到了三维弯曲细天线在自由空间、半空间以及受限空间的近远区 VLF 辐射场。该方法可为 VLF 拖曳细天线的分析和应用提供技术支持。

参考文献

[1] 梁红, 钱仁军, 何肇雄, 等. 机载拖曳天线垂度变化规律[J]. 航空学报, 2023, 44(15): 433-444.
LIANG H, QIAN R J, HE Z X, et al. The variation law of the sag of the airborne towed antenna[J]. Acta aeronautica et astronautica sinica, 2023, 44(15): 433-444. (in Chinese)

[2] 吴笛. 机载双拖曳天线在甚低频潜艇通信中的应用研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2009.
WU D. Research on the application of airborne dual towed antennas in VLF submarine communications[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2009. (in Chinese)

[3] 李清亮, 张世田, 刘凯, 等. 300 kHz 以下频段电波传播研究进展[J]. 电波科学学报, 2023, 38(4): 574-590.
LI Q L, ZHANG S T, LIU K, et al. Progress in radio wave propagation below 300 kHz[J]. Chinese journal of radio science, 2023, 38(4): 574-590. (in Chinese)

[4] 徐飞龙, 郑奎松, 张世田, 等. 海水包裹空心椭球体的低频散射场计算及分析[J]. 电波科学学报, 2018, 33(5): 613-618.
XU L F, ZHENG K S, ZHANG S T, et al. Low-frequency scattering fields of a hollow ellipsoid enclosed by sea water[J]. Chinese journal of radio science, 2018, 33(5): 613-618. (in Chinese)

[5] 林朱红, 顾婷婷. 各向异性电离层中沿地磁场取向有限长柱体目标的近场散射[J]. 电波科学学报, 2024, 39(1): 46-55+141.

- LIN Z H, GU T T. Near-field scattering of finite cylindrical targets along the geomagnetic field in the anisotropic ionosphere[J]. *Chinese journal of radio science*, 2024, 39(1): 46-55+141. (in Chinese)
- [6] CAO L, WEI B, GE D B. Computation of far radiation field of an arbitrarily oriented dipole above layered anisotropic half space[J]. *Waves in random and complex media*, 2013, 23(4): 446-460.
- [7] 周丽丽, 胡欣悦, 穆中林, 等. 任意方向电偶极子在水平分层受限空间中的远区辐射场求解[J]. *物理学报*, 2022, 71(20): 200301.
- ZHOU L L, HU X Y, MU Z L, et al. Solve for the far-zone radiation field of an arbitrary electric dipole in a horizontally layered confined space[J]. *Acta physica sinica*, 2022, 71(20): 200301. (in Chinese)
- [8] 刘丰. 水下拖曳天线辐射电磁波跨海水-空气界面传播特性研究[D]. 武汉: 华中科技大学, 2022.
- LIU F. Study on the propagation characteristics of electromagnetic waves radiated by underwater towed antennas across the seawater-air interface[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2022. (in Chinese)
- [9] HOLLAND R, SIMPSON L. Finite-difference analysis of EMP coupling to thin struts and wires[J]. *IEEE transactions on electromagnetic compatibility*, 1981, 23(2): 88-97.
- [10] UMASHANKAR K R, TAFLOVE A, BEKER B. Calculation and experimental validation of induced currents on coupled wires in an arbitrary shaped cavity[J]. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 1987, 35(11): 1248-1257.
- [11] TAFLOVE A, UMASHANKAR K R, BEKER B, et al. Detailed FDTD analysis of electromagnetic fields penetrating narrow slots and lapped joints in thick conducting screens[J]. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 1988, 36(2): 247-257.
- [12] BÉRENGER J P. Stability of the FDTD method with holland and simpson thin wires[J]. *IEEE transactions on electromagnetic compatibility*, 2020, 63(3): 880-887.
- [13] BÉRENGER J P. Origin of parasitic solutions with Holland and Simpson thin wires in the FDTD grid[J]. *IEEE transactions on electromagnetic compatibility*, 2018, 61(2): 487-494.
- [14] QIAO H L, XIE H Y, CHENG G X, et al. Charge conservation methods for the thin-wire model[J]. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 2023, 71(10): 8143-8157.
- [15] SHEN N, WEI B, YIN W. Radiated fields from an arbitrary polarized dipole with a pulse waveform above half-space[J]. *Results in physics*, 2019, 14: 102388.
- [16] 申宁. 半空间上方目标瞬态响应的直接时域算法研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2021.
- SHEN N. A direct time-domain algorithm for the transient response of a target above half space[D]. Xi'an: Xidian University, 2021. (in Chinese)
- [17] 葛德彪, 魏兵. 互易定理计算分层半空间上方任意取向偶极子的远区场[J]. *物理学报*, 2012, 61(5): 050301.
- GE D B, WEI B. The reciprocity theorem calculates the far field of an arbitrarily oriented dipole above a layered half-space[J]. *Acta physica sinica*, 2012, 61(5): 050301. (in Chinese)

作者简介

毛云志 (1978 —), 男, 湖北人, 中国电波传播研究所电波环境特性及模化技术重点实验室高级工程师, 研究方向为甚低频传播工程应用。E-mail: maoyz@mail.crip.ac.cn

郭占曹 (2001 —), 男, 陕西人, 西北工业大学电子信息学院硕士研究生, 研究方向为电磁时域有限差分法。E-mail: 2941020916@qq.com

郑奎松 (1980 —), 男, 山东人, 西北工业大学电子信息学院副教授, 研究方向为计算电磁场、电磁辐射与散射、低频电磁传播。E-mail: kszheng@nwpu.edu.cn

杨铭月 (1994 —), 男, 四川人, 西北工业大学电子信息学院博士, 研究方向为低频电磁传播。E-mail: 454250120@qq.com