



基于广义PMCHWT-EFIE和子全域基函数的大规模介质-金属复合周期结构高效电磁算法

陈 伟, 吴语茂

Fast electromagnetic simulation of large-scale dielectric-metal periodic structures based on generalized PMCHWT-EFIE and sub-entire-domain basis function method

CHEN Wei and WU Yumao

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.12265/j.cjors.2024207>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

大规模有限周期结构电磁特性的快速算法研究进展

The fast algorithms for electromagnetic analysis of the large-scale and finite periodic structures

电波科学学报. 2020, 35(1): 85–92

基于频域广义传输矩阵方法的电磁散射特性分析

Analyzing electromagnetic scattering problems based on frequency domain generalized transition matrix method

电波科学学报. 2020, 35(2): 178–191

曲面共形阵列结构快速数值分析方法

Efficient numerical analysis of curved conformal array

电波科学学报. 2020, 35(4): 515–522

金属片狭缝的快速DGT D算法研究

A study of fast DGT D method for metal sheet slits

电波科学学报. 2024, 39(6): 1083–1088

电磁计算方法研究进展综述

Progress in computational electromagnetic methods

电波科学学报. 2020, 35(1): 13–25

1D介质型EBG噪声隔离性能的有限元建模分析

Modeling and analysis of the noise isolation performance for the 1D dielectric electromagnetic band-gap structure by finite-element method

电波科学学报. 2023, 38(2): 211–217



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

陈伟, 吴语茂. 基于广义 PMCHWT-EFIE 和子全域基函数的大规模介质-金属复合周期结构高效电磁算法[J]. 电波科学学报, xxxx, x(x): x-xx. DOI: 10.12265/j.cjors.2024207

CHEN W, WU Y M. Fast electromagnetic simulation of large-scale dielectric-metal periodic structures based on generalized PMCHWT-EFIE and sub-entire-domain basis function method[J]. Chinese journal of radio science, xxxx, x(x): x-xx. (in Chinese). DOI: 10.12265/j.cjors.2024207

基于广义 PMCHWT-EFIE 和子全域基函数的大规模介质-金属复合周期结构高效电磁算法

陈伟 吴语茂*

(复旦大学信息科学与工程学院 电磁波信息科学教育部重点实验室, 上海 200433)

摘 要 在计算大规模介质-金属复合周期结构的电磁散射时, 传统积分方程方法存在未知量大、存储占用多和计算时间长等问题。本文采用广义 Poggio-Miller-Chang-Harrington-Wu-Tsai (PMCHWT)-电场积分方程 (electric field integral equation, EFIE) 方法计算均匀介质金属复合结构的电磁响应。该方法通过在分界面处设置区域连接模型 (contact-region modeling, CRM) 来保证边界处的连续性。为加速子阵列阻抗矩阵填充, 本文采用快速偶极子方法 (fast dipole method, FDM) 来提高计算效率并降低内存占用。结合子全域 (sub-entire-domain, SED) 基函数方法, 子阵列的电流分布特征可被推广到大规模介质金属复合周期结构的电磁场计算中。数值算例表明, 该方法能够在保证计算精度的同时大幅度降低计算代价, 内存占用降低至商业软件 Altair FEKO(使用快速多层多级子方法) 的 1/10, 计算误差在 2.6 dB 以内。

关键词 子全域 (SED) 基函数; 区域连接模型 (CRM); 快速偶极子方法 (FDM); 大规模介质-金属复合周期结构
中图分类号 O441 **文献标志码** A **文章编号** 1005-0388(xxxx)00-0001-08
DOI 10.12265/j.cjors.2024207

Fast electromagnetic simulation of large-scale dielectric-metal periodic structures based on generalized PMCHWT-EFIE and sub-entire-domain basis function method

CHEN Wei WU Yumao*

(Key Laboratory for Information Science of Electromagnetic Waves, Ministry of Education, School of Information Science and Technology, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract Traditional integral methods may encounter some challenges, including massive unknowns, high storage requirements, and long computation times when calculating large-scale dielectric-metallic composite periodic structures. In this paper, the generalized Poggio-Miller-Chang-Harrington-Wu-Tsai (PMCHWT)-electric field integral equation (EFIE) method is used to calculate the dielectric-metallic structure with the contact-region modeling (CRM) technique to guarantee the continuity on the contact surface. To accelerate the filling of subarray impedance matrix, The fast dipole method (FDM) is introduced in this paper to reduce the computation time and storage requirements. Finally, the current distribution characteristics of subarrays are generalized to the composite dielectric-metallic periodic structures by the sub-entire-domain (SED) basis function method. Numerical results show that this method can significantly reduce computation time and memory usage while ensuring calculation accuracy. Compared with multilevel fast multipole method (MLFMM) of commercial software Altair FEKO, the computational memory is

收稿日期: 2024-10-16

资助项目: 国家自然科学基金重点项目 (62231021); 国家自然科学基金面上项目 (61971144); 国家重点研发计划 (2020YFA0711900); 国家重点研发计划 (2020YFA0711901); 国家自然科学基金国际合作与交流项目 (92373201)

通信作者: 吴语茂 E-mail: yumaowu@fudan.edu.cn

reduced by 1/10 and the calculation error is within 2.6 dB.

Keywords sub-entire-domain (SED) basis function; contact-region modeling (CRM); fast dipole method (FDM); large-scale dielectric-metallic composite periodic structures

0 引言

介质-金属复合周期结构如相控阵天线、频率选择表面被广泛应用于在雷达隐身、波束赋形等领域,因此周期结构的电磁特性研究极为重要。常用的电磁计算方法包括基于 Floquet 原理^[1]的谱域法和全波方法。但在实际应用中,周期结构存在边界截断效应^[2],不满足周期边界条件,谱域法难以得到真实准确的计算结果。矩量法 (method of moments, MoM)^[3]、时域有限差分 (finite-difference time-domain, FDTD)^[4]等传统全波方法可以精确处理单元间耦合效应和周期结构边缘效应,但难以处理大规模介质金属复合结构带来的庞大未知量问题。因此,亟需研究面向大规模介质-金属复合周期结构的 MoM^[5-6]加速技术。

宏基函数方法是用于计算大规模有限周期结构的全波方法加速技术,包括特征基函数方法^[7-8]、综合基函数方法^[9]和子全域 (sub-entire-domain, SED) 基函数方法^[10-12]等。宏基函数方法首先将待求解区域分解为数个子区域,分析子区域中阵列的电流分布特征,再利用周期性将其拓展至整个周期阵列。其中,SED 基函数方法利用周期特性构造缩减矩阵,无需计算每一对单元间的互阻抗矩阵,极大地减少计算未知量,同时保留了对截断效应、耦合效应分析的精确度。

使用 SED 基函数方法计算介质-金属复合周期结构电磁响应的难点在于如何处理单元之间耦合以及介质-金属分界面的边界连续性。为解决这一问题,文献 [13] 使用基于 SED 基函数方法的介质表面积分方程 (surface integral equation, SIE) (Poggio-Miller-Chang-Harrington-Wu-Tsai, PMCHWT) 分析了耦合效应较弱情形下单元不相连时的石墨烯贴片阵列,可以计算介质-金属相连结构,但单元之间有间距。文献 [14] 使用多重平面波入射 (multiple plane waves, MPWs) 技术和奇异值分解 (singular value decomposition, SVD) 技术对基于 SIE 的 SED 基函数方法进行改进,在边界处采用半 RWG 基函数处理网格,使其能够分析金属周期单元连接情形下的周期阵列。文献 [15] 引入间断伽辽金 (discontinuous Galerkin, DG) 边界条件,使用快速偶极子方法 (fast dipole method, FDM) 和 SED 基函数方法加速体-面积分方程 (volume surface integral equation, VSIE) 的

MoM 方程求解过程,并分析了单元相邻情形下的介质-金属复合周期结构的辐射特性。

针对单元之间接触面以及介质-金属分界面的边界连续性问题,本文基于采用区域连接模型 (contact-region modeling, CRM)^[16-17] 的广义 PMCHWT-电场积分方程 (electric field integral equation, EFIE) 和 SED 基函数方法,提出了 CRM-SIE-SED 方法来计算介质-金属复合周期结构的电磁响应。首先,本文推导了基于广义 PMCHWT-EFIE 的 SED 基函数方程,并使用 CRM 方法处理介质-介质、介质-金属之间的边界连续性问题;然后采用 FDM^[18-19] 提高阻抗矩阵填充效率,推导了基于广义 PMCHWT-EFIE 的 FDM,给出广义 PMCHWT-EFIE 的聚集函数、转移函数以及发散函数的表达式;并针对单元间耦合效应较强的特点,使用多重平面波技术拓展 SED 基函数的解空间,并采用 SVD 技术筛选出 SED 基函数中占主导作用的特征向量。算例表明该方法具有较高的计算精度与计算效率。

1 基于广义 PMCHWT-EFIE 的 CRM-SIE-SED 算法

1.1 广义 PMCHWT-EFIE

在 CRM-SIE-SED 方法中,为保证介质-金属分界面以及单元接触面上电流的连续性,采用基于 CRM 技术的广义 PMCHWT-EFIE 来计算介质-金属复合体。图 1 所示为介质-金属连接结构。设自由空间有一均匀介质体,介电常数为 ϵ_1 ,磁导率为 μ_1 ,介质体表面的法向向量为 $\mathbf{n}_D$ 。自由空间的介电常数为 ϵ_0 ,磁导率为 μ_0 。入射电场为 $\mathbf{E}_{inc}$,磁场为 $\mathbf{H}_{inc}$ 。金属表面的法向向量为 $\mathbf{n}_M$ 。入射波照射在介质-金属连接结构后,在自由空间产生电场 $\mathbf{E}_1$ 和磁场 $\mathbf{H}_1$,在介质体内产生电场 $\mathbf{E}_2$ 和磁场 $\mathbf{H}_2$ 。设介质体表面的等效面电流为 $\mathbf{J}_{DS}$,等效面磁流为 $\mathbf{M}_{DS}$,金属表面电流为 $\mathbf{J}_{MS}$ 。

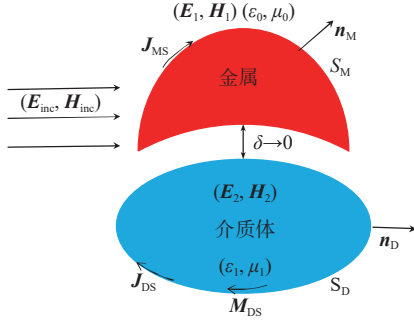


图 1 介质-金属连接结构的 CRM 原理图

Fig. 1 CRM of a composite dielectric-metallic structures

假设介质体与金属相隔距离 δ 的情形下,定义广义 PMCHWT-EFIE^[18]的算子 L 和算子 K 为

$$L_t X(\mathbf{r}) = -ik_t \iint_{S'} \left\{ X(\mathbf{r}') + \frac{1}{k_t^2} [\nabla \cdot X(\mathbf{r}')] \nabla \right\} \frac{e^{ik_t R}}{4\pi R} dS' \\ K_t^{\pm,0} X(\mathbf{r}) = \pm \frac{1}{2} X(\mathbf{r}) \times \mathbf{n}_t + \text{P.V.} \iint_{S'} \nabla \frac{e^{ik_t R}}{4\pi R} \times X(\mathbf{r}') dS' \quad (1)$$

式中: k_t 为媒质 t 中的波数, $t=0$ 表示媒质为自由空间, $t=1$ 表示媒质 t 为介质体; X 为表面电流 J_{DS} 、 J_{MS} 或表面磁流 M_{DS} ; $\mathbf{r}$ 为场点, $\mathbf{r}'$ 为源点; R 为源点与场点的距离; $\mathbf{n}$ 为场点所在表面的法向量;P.V.为柯西主值积分。算子 K 的留数项的正负取决于场点位置^[16]。在计算形如 $\langle X_w, K_t^{\pm,0} X_t \rangle$ 的阻抗元素时,当 X_w 所在表面与 X_t 所在表面不接触时,算子 K 的留数项取0。当 X_w 所在表面与 X_t 所在表面接触且 X_w 所在表面指向 X_t 所在表面与 X_t 所在表面法线方向相反时,算子 K 的留数项取正值。当 X_w 所在表面与 X_t 所在表面接触且 X_w 所在表面指向 X_t 所在表面与 X_t 所在表面法线方向相同时,算子 K 的留数项取负值。

介质-金属相连接结构的表面积分方程^[17]为:

$$\mathbf{n}_D \times \begin{bmatrix} \eta_0 L_0(\mathbf{J}_{DS}) + \eta_1 L_1(\mathbf{J}_{DS}) \\ +K_0^-(\mathbf{M}_{DS}) + K_1^+(\mathbf{M}_{DS}) \\ +\eta_0 L_0(\mathbf{J}_{MS}) \end{bmatrix} = -\mathbf{n}_D \times \mathbf{E}_{inc} \\ \mathbf{n}_D \times \begin{bmatrix} -K_0^-(\mathbf{J}_{DS}) - K_1^+(\mathbf{J}_{DS}) \\ +\frac{L_0(\mathbf{M}_{DS})}{\eta_0} + \frac{L_1(\mathbf{M}_{DS})}{\eta_1} \\ -K_0^+(\mathbf{J}_{MS}) \end{bmatrix} = -\mathbf{n}_D \times \mathbf{H}_{inc} \\ \mathbf{n}_M \times \begin{bmatrix} \eta_0 L_0(\mathbf{J}_{DS}) + K_0^+(\mathbf{M}_{DS}) \\ +\eta_0 L_0(\mathbf{J}_{MS}) \end{bmatrix} = -\mathbf{n}_M \times \mathbf{E}_{inc} \quad (2)$$

广义 PMCHWT-EFIE 的连续性条件已包含在 CRM 技术中^[16],不需要引入半 RWG 基函数。用 RWG 基函数对方程组(2)左右两边做内积,可以得到矩阵方程:

$$\mathbf{Z} \cdot \mathbf{I} = \mathbf{V} \quad (3)$$

其中,阻抗矩阵 $\mathbf{Z}$ 可以表示为子矩阵的形式:

$$\begin{bmatrix} \eta_0 \mathbf{P}_0^E + \eta_1 \mathbf{P}_1^E & \eta_0 (\mathbf{Q}_0^{E-} + \mathbf{Q}_1^{E+}) & \eta_0 \mathbf{P}_0^E \\ -\eta_0 (\mathbf{Q}_0^{H-} + \mathbf{Q}_1^{H+}) & \eta_0 \mathbf{P}_0^H + \frac{\eta_0}{\eta_1} \mathbf{P}_1^H & -\eta_0 \mathbf{P}_0^{H+} \\ \eta_0 \mathbf{P}_0^E & \eta_0 \mathbf{Q}_0^{E+} & \eta_0 \mathbf{P}_0^E \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中,

$$\mathbf{P}_{mn}^E = \iint_S \mathbf{f}_m \cdot \mathbf{L}_t(\mathbf{f}_n) dS = \mathbf{Q}_{mn}^H \\ \mathbf{Q}_{mn}^{E\pm,0} = \iint_S \mathbf{f}_m \cdot \mathbf{K}_t^{\pm,0}(\mathbf{f}_n) dS = \mathbf{P}_{mn}^{H\pm,0} \quad (5)$$

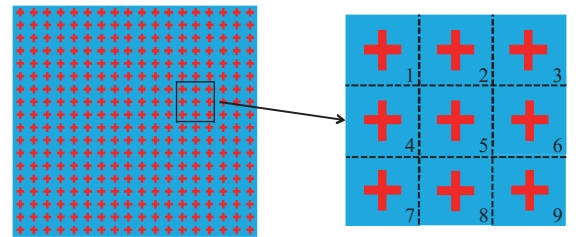
式中:下标 m 、 n 分别代表场点 m 以及源点 n ; $\mathbf{f}$ 为 RWG 基函数。

激励向量计算表达式为:

$$\begin{cases} \mathbf{V}_{DS}^E = -\iint_S \mathbf{f} \cdot \mathbf{E}_{inc} dS \\ \mathbf{V}_{DS}^H = -\eta_0 \iint_S \mathbf{f} \cdot \mathbf{H}_{inc} dS \\ \mathbf{V}_{MS}^E = -\iint_S \mathbf{f} \cdot \mathbf{E}_{inc} dS \end{cases} \quad (6)$$

1.2 SED 方法原理

SED 方法通过子阵列的电流性质来模拟阵列中所有单元的电流分布特征。如图 2 所示,假设整个阵列共有 $N \times N$ 个单元。原问题分解为两个子问题:求解 3×3 子阵列的 RWG 基函数展开系数和求解 $N \times N$ 缩减矩阵展开系数。根据位置不同,所有单元的局域基函数都可以表示为 3×3 子阵列某个单元的 SED 基函数。再用各个单元的局域基函数来构建各个单元间互阻抗矩阵的缩减矩阵。相比于其他宏基函数方法,SED 基函数方法构造局域基函数的过程更加节省计算时间。

图 2 3×3 子阵列及其 9 种 SED 基函数位置分布Fig. 2 The schematic view of the 3×3 subarray and distributions of 9 SED basis functions

将每个单元中所有面电流的贡献看成一个基函数,即单元 p 的 SED 基函数如下^[15]:

$$\mathbf{I}_p^{SED} = \sum_{n=1}^{N_a} I_{p,n} \mathbf{f}_{p,n}(\mathbf{r}) \quad (7)$$

式中: $I_{p,n}$ 为单元 p 的 RWG 基函数展开系数; N_a 为该单元的 RWG 基函数未知量。

基于 SED 基函数阻抗矩阵的缩减矩阵 $\mathbf{Z}_{pq}^{SED}$ 、激励向量 $\mathbf{V}^{SED}$ 与展开系数 α ^[15]为:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{pq}^{\text{SED}} &= [\mathbf{I}_p^{\text{SED}}]^T \cdot \mathbf{Z}_{pq} \cdot \mathbf{I}_q^{\text{SED}} \\ \mathbf{V}_p^{\text{SED}} &= [\mathbf{I}_p^{\text{SED}}]^T \cdot \mathbf{V} \\ \boldsymbol{\alpha} &= (\mathbf{Z}^{\text{SED}})^{-1} \cdot \mathbf{V}^{\text{SED}} \end{aligned} \quad (8)$$

式中: p 与 q 为阵列单元的编号; $\mathbf{Z}_{pq}$ 为场点在 p 单元、源点在 q 单元的互阻抗矩阵, 维度为 $N^a \times N^a$; $\mathbf{Z}_{pq}^{\text{SED}}$ 为 1×1 的缩减矩阵; $\mathbf{V}_p^{\text{SED}}$ 为 p 单元的激励函数, 维度为 1×1 。求解得到展开系数 $\boldsymbol{\alpha}$ 后, 可以得到整个阵列电流系数的表达式:

$$\mathbf{I}_n = \sum_{p=1}^N \alpha_{p,k} \mathbf{I}_{p,k}^{\text{SED}} \quad (9)$$

1.3 MPWs 法构建 SED 基函数

计算单元相连的周期结构时, 仅仅一维的 SED 基函数并不能反映来自非相邻单元的耦合影响。为了更精准地计算周期阵列的散射性质, 引入特征基函数中的多重平面波激励方法来扩展 SED 基函数的维度, 将子阵列的 SED 基函数从一维扩展到 N_{MPWs} 维。对于 3×3 子阵列, 采用不同极化方向不同入射角度的平面波入射于该子阵列, 子阵列 RWG 基函数总个数记为 N_{sub} , 激励函数和电流系数扩展到 $N_{\text{MPWs}} \times N_{\text{sub}}$ 的矩阵, 其矩阵方程表达式如下:

$$\mathbf{Z}_{N_{\text{sub}} \times N_{\text{sub}}} \cdot \mathbf{I}_{N_{\text{sub}} \times N} = \mathbf{V}_{N_{\text{sub}} \times N} \quad (10)$$

虽然 MPWs 大大增加电流系数的解空间, 但得到的 SED 基函数有自由度冗余。为加快求解 SED 基函数的缩减矩阵, 引入 SVD 技术, 将所有电流系数表示为一系列不相干的特征向量的线性加和:

$$\mathbf{I}_{N_{\text{sub}} \times w} = \mathbf{U} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{V} \quad (11)$$

式中: $\boldsymbol{\Sigma}$ 为对角矩阵, 有 w 个特征值, 从上到下依次为 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_w$, 并且 $\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_w$ 。矩阵 $\mathbf{U}$ 中第 d 个列向量 u_d 对应矩阵 $\boldsymbol{\Sigma}$ 中第 d 个特征值 σ_d 。选取前 τ 个特征值, 使得 $\sigma_\tau / \sigma_1 > 1\%$ 并且 $\sigma_{\tau+1} / \sigma_1 < 1\%$ 。最终的电流 $\mathbf{I}^{\text{SVD}}$ 可以表示为矩阵 $\mathbf{U}$ 的列向量线性组合:

$$\mathbf{I}^{\text{SVD}} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & \dots & u_\tau \end{bmatrix} \quad (12)$$

类似于公式 (8), 拓展后的缩减矩阵 $\mathbf{Z}_{pq}^{\text{SVD}}$ 、激励向量 $\mathbf{V}_p^{\text{SVD}}$ 与展开系数 $\boldsymbol{\alpha}^{\text{SVD}}$ 表达式为

$$\begin{aligned} \mathbf{Z}_{pq}^{\text{SVD}} &= [\mathbf{I}_p^{\text{SVD}}]^T \cdot \mathbf{Z}_{pq} \cdot \mathbf{I}_q^{\text{SVD}} \\ \mathbf{V}_p^{\text{SVD}} &= [\mathbf{I}_p^{\text{SVD}}]^T \cdot \mathbf{V} \\ \boldsymbol{\alpha}^{\text{SVD}} &= (\mathbf{Z}^{\text{SVD}})^{-1} \cdot \mathbf{V}^{\text{SVD}} \end{aligned} \quad (13)$$

式中: $\mathbf{Z}_{pq}^{\text{SVD}}$ 为 $w \times w$ 阶的 p 单元与 q 单元的缩减矩阵; $\mathbf{V}_p^{\text{SVD}}$ 为 $w \times 1$ 阶的激励函数; $\boldsymbol{\alpha}^{\text{SVD}}$ 为 $w \times 1$ 阶的展开系数。

经过 MPWs 扩充后的 SED 基函数能够处理单元

间耦合效应较强的情形, 得到精确的阵列散射性质, 同时 SVD 只保留了部分贡献较大的基函数, 节省了运算时间。

1.4 CRM-SIE-SED 算法流程

CRM-SIE-SED 算法流程如下: 首先计算 3×3 子阵列在多平面波入射下得到的扩展的子阵列电流系数 $\mathbf{I}_{N_{\text{sub}} \times N}$, 在有表面相互接触时采用 CRM 方法处理算子 $\mathbf{K}$ 的留数项; 然后使用 SVD 技术挑选出对于阵列散射特性影响较大的基函数向量组 $\mathbf{I}^{\text{SVD}}$, 计算 $N \times N$ 阵列各单元的互阻抗矩阵, 采用式 (13) 计算缩减矩阵 $\mathbf{Z}_{pq}^{\text{SVD}}$ 、激励向量 $\mathbf{V}_p^{\text{SVD}}$ 与展开系数 $\boldsymbol{\alpha}^{\text{SVD}}$; 最后由式 (9) 计算整个阵列的电流系数 $\mathbf{I}_n$ 。

2 FDM 加速矩阵填充

由于 SED 基函数方法生成的缩减矩阵规模小, 该算法主要计算时间是在阻抗矩阵填充上。采用 FDM 加速 3×3 子阵列阻抗矩阵以及单元间的互阻抗矩阵的填充过程。对于边界间距大于 0.15λ 的 SED 基函数, RWG 基函数等效于偶极子, 点 v 处 RWG 基函数的偶极矩表达式^[20]为

$$\mathbf{m}_v = \int_{T_v^+ + T_v^-} \mathbf{f}_v d\mathbf{S} = l_v (\mathbf{r}_v^+ - \mathbf{r}_v^-) \quad (14)$$

式中: l_v 为点 v 处 RWG 基函数的公共边边长; $\mathbf{r}_v^+$ 、 $\mathbf{r}_v^-$ 分别为点 v 处 RWG 基函数正负三角形的几何中心。

自由空间中任意一点 $\mathbf{r}_n$ 的电偶极子在 $\mathbf{r}_m$ 处的远辐射场可以表示为^[16]:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^{\text{sca}}(\mathbf{r}) &= \frac{-ik_t}{4\pi} (\mathbf{m}_n \times \mathbf{r}) C e^{ik_t R} \\ \mathbf{E}^{\text{sca}}(\mathbf{r}) &= \frac{\eta e^{ik_t R}}{4\pi} \left[(\mathbf{M}_n - \mathbf{m}_n) \left(\mathbf{C} - \frac{ik_t}{R} \right) + 2\mathbf{M}_n \mathbf{C} \right] \end{aligned} \quad (15)$$

其中,

$$\begin{aligned} R &= |\mathbf{r}| = |\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n| \\ C &= \frac{1}{R^2} \left(1 + \frac{i}{kR} \right) \\ \mathbf{M}_n &= (\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{m}_n) \hat{\mathbf{r}} \end{aligned} \quad (16)$$

阻抗矩阵可以表示为电场与磁场的表达式:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{mn}^E &= -\mathbf{m}_m \cdot \mathbf{E}^{\text{sca}}(\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n) \\ \mathbf{Q}_{mn}^E &= \mathbf{m}_m \cdot \mathbf{H}^{\text{sca}}(\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_n) \\ \mathbf{Q}_{mn}^{E\pm} &= \mathbf{Q}_{mn}^E \pm \frac{1}{2} \mathbf{m}_m \cdot (\mathbf{m}_n \times \mathbf{n}_n) \end{aligned} \quad (17)$$

将式 (17) 代入到式 (15) 中, 可以得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{tmn}^E &= \frac{\eta e^{ik_t R}}{4\pi} \left[\mathbf{m}_m \cdot \mathbf{m}_n \left(C - \frac{ik_t}{R} \right) \right. \\ &\quad \left. - (\mathbf{m}_n \cdot \hat{\mathbf{r}})(\hat{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{m}_n) \times \left(3C - \frac{ik_t}{R} \right) \right] \\ \mathbf{Q}_{tmn}^E &= \frac{-ik_t C e^{ik_t R}}{4\pi} \mathbf{m}_m \cdot (\mathbf{m}_n \times \mathbf{r}) \\ \mathbf{Q}_{tmn}^{E\pm} &= \mathbf{Q}_{tmn}^E \pm \frac{1}{2} \mathbf{m}_m \cdot (\mathbf{m}_n \times \mathbf{n}_n) \end{aligned} \quad (18)$$

FDM 先将网格依据几何位置分组到数个正方体中,根据场点所在的正方体中心点与源点所在正方体中心点位置来区分远场区以及近场区。近场区仍然采用常规数值方法进行计算。远场区则类似于多层快速多极子方法 (multilevel fast multipole method, MLFMM), 将远场区之间阻抗矩阵写为聚集-转移-发散的向量矩阵相乘形式^[16]:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{tmn}^E &= \mathbf{M}_m \cdot \mathbf{T}_E \cdot \mathbf{M}_n \\ \mathbf{Q}_{tmn}^E &= \mathbf{M}_m \cdot (\mathbf{T}_H \times \mathbf{M}_n) \\ \mathbf{Q}_{tmn}^{E\pm} &= \mathbf{Q}_{tmn}^E \pm \frac{1}{2} \mathbf{m}_m \cdot (\mathbf{m}_n \times \mathbf{n}_n) \end{aligned} \quad (19)$$

其中,聚集函数与转移函数表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{m,n} &= \mathbf{m}_{m,n} e^{ik_{hm,n}} \\ \mathbf{h}_m &= \hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{mj} + \frac{r_{mj}^2 - (\hat{\mathbf{r}}_{ji} \cdot \mathbf{r}_{mj})^2}{2r_{ji}} \\ \mathbf{h}_n &= \hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ni} + \frac{r_{ni}^2 - (\hat{\mathbf{r}}_{ij} \cdot \mathbf{r}_{ni})^2}{2r_{ji}} \end{aligned} \quad (20)$$

式中: $\hat{\mathbf{r}}_{ij}$ 为远场组 i 中心与远场组 j 中心的单位位置矢量; $\hat{\mathbf{r}}_{mj}$ 为场点到远场组 j 中心的位置矢量; $\hat{\mathbf{r}}_{ni}$ 为源点到远场组 i 中心的位置矢量。

由于算子 K 在留数项不为 0 时不能直接表示为聚集函数、转移函数、发散函数相乘的形式,需要先计算留数项不为 0 时的 $\mathbf{Q}_{tmn}^E$, 再加上留数项的偶极子表达式。转移函数表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_E &= \frac{\eta e^{ik_r r}}{4\pi} \left[\bar{\mathbf{I}} \left(C - \frac{ik}{r_{ji}} \right) - \hat{\mathbf{r}}_{ji} \hat{\mathbf{r}}_{ji} \left(3C - \frac{ik}{r_{ji}} \right) \right] \\ \mathbf{T}_H &= \frac{-ik C e^{ik_r r}}{4\pi} \mathbf{r} \end{aligned} \quad (21)$$

式中: $\hat{\mathbf{r}}_{ji} \hat{\mathbf{r}}_{ji}$ 为二阶并矢, $\bar{\mathbf{I}}$ 为三阶单位并矢。

聚集函数与转移函数是对称的,可以复用、存储;并且 FDM 方法避免了格林函数中双重面积分计算,节省了阻抗矩阵的计算时间。同时,由于周期结构中各单元之间互阻抗矩阵的格林函数具有一定的周期性和对称性,SED 方法并不需要计算每一对单元间的互阻抗,提升了缩减矩阵阻抗填充效率。

3 数值算例与分析

本节围绕大规模复合材质周期阵列电磁散射特

性计算,展现了结合 CRM 技术的 SIE-SED 方法的高效性与准确性。利用 MPWs 方法拓展基函数的自由度时,采用 LU 分解法处理 3×3 子阵列的阻抗矩阵。入射波在水平角以间隔 10° 采样,俯仰角为间隔 15° 采样,每个方向的入射波都有水平极化与垂直极化两种极化方式,总入射波的数量为 468; FDM 中近场组判断标准为立方体中心距离小于 3 倍的立方体边长。

计算平台为 Intel-Core i7-13700H @ 2.4 GHz。对比算法为 FEKO 的全波算法,FEKO 版本为 2021-2 100 (x64)。

3.1 圆形微带贴片结构算例

首先选择圆形微带贴片结构来验证 CRM 技术的精确度。圆形微带贴片结构的衬底以及尺寸如图 3 所示。衬底相对介电常数为 2,厚度为 0.2λ 。工作频率为 2.4 GHz。剖分面元数为 575,未知量为 1 609。入射波方向为 $-z$ 方向,极化方向沿 $-x$ 方向。

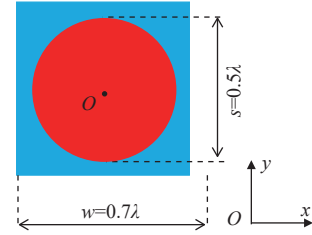


图 3 圆形微带贴片结构的单元尺寸

Fig. 3 The geometry of the circular patch antenna

图 4 是 CRM-SIE 方法与 FEKO 在 yoz 平面与 xoz 平面的 RCS 计算结果,可以看出,在 yoz 平面 RCS 均值误差为 0.20 dB, xoz 平面为 0.23 dB,说明 CRM-SIE 与 FEKO 的计算精度是一致的。

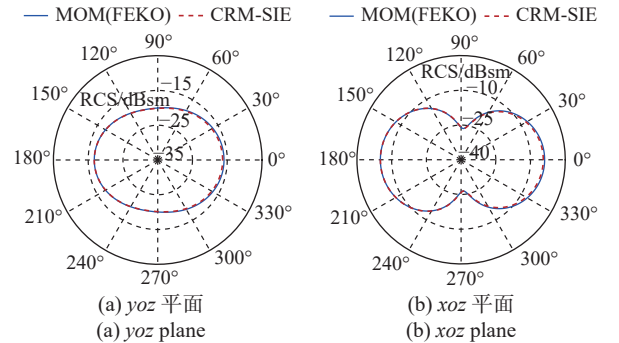


图 4 圆形微带贴片结构 RCS

Fig. 4 Bistatic RCS of the circular patch antenna

3.2 领结形周期阵列算例

算例 2 为 15×15 领结形周期阵列,其单元分布和单元尺寸参数如图 5 所示。衬底相对介电常数为 2,衬底厚度为 0.2λ 。入射波为频率 3.5 GHz 的正入射

平面波。剖分面元数为 95 040, 未知量为 277 875。

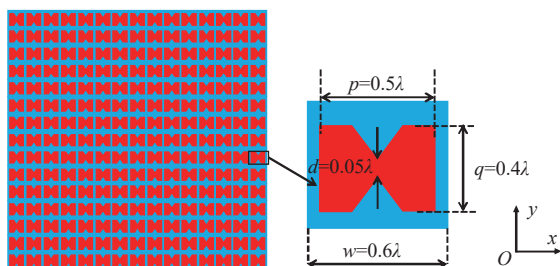


图 5 15×15 领结形周期阵列分布与天线单元尺寸图

Fig. 5 15×15 bowtie antenna array and the geometry of the cell

图 6 为利用 CRM-SIE-SED 和 FEKO 的 MLFMM 计算得到的 15×15 领结形周期阵列 RCS 结果, 可以看出, yz 平面 RCS 均值误差为 1.07 dB, xoz 平面为 1.06 dB, 两种计算结果基本吻合。

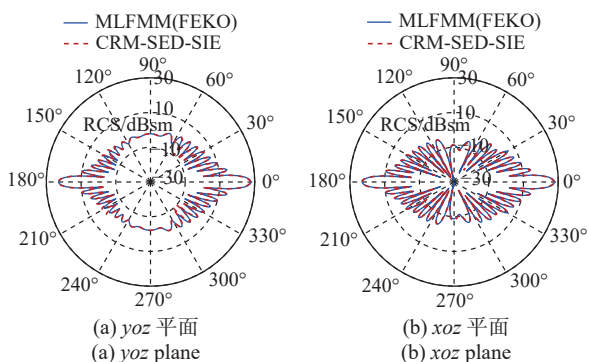


图 6 15×15 领结形周期阵列 RCS

Fig. 6 Bistatic RCS of the 15×15 bowtie antenna array

3.3 圆形周期阵列算例

算例 3 为 20×20 圆形周期阵列, 其单元分布和单元尺寸参数参照图 7。衬底相对介电常数为 2, 厚度为 0.2λ 。入射波为频率 2.4 GHz 的正入射平面波。剖分面元数为 230 000, 未知量为 643 600。CRM-SIE-SED 与 FEKO 的 MLFMM 的 RCS 计算结果如图 8 所示, yz 平面 RCS 均值误差为 2.52 dB, xoz 平面为 1.79 dB。在大部分散射角度 CRM-SIE-SED 的计算精度都与 MLFMM 吻合, 仅在计算 yz 平面 $\theta = 160^\circ$ 和 $\theta = 200^\circ$ 时有偏差。推测原因为 FDM 近似精度不够。

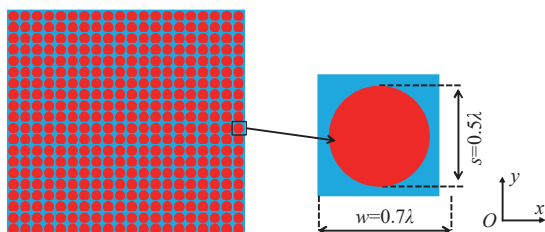


图 7 20×20 圆形周期阵列分布与天线单元尺寸图

Fig. 7 20×20 circular patch antenna array and the geometry of the cell

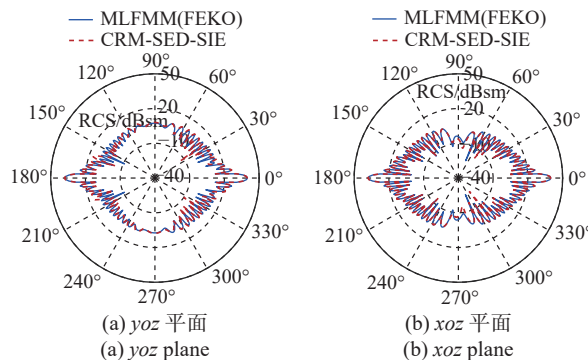


图 8 20×20 圆形周期阵列 RCS

Fig. 8 Bistatic RCS of the 20×20 circular patch antenna array

3.4 计算时间对比

表 1 为 CRM-SIE-SED 和 MLFMM 的内存占用和计算时间对比。

表 1 天线阵列计算时间与内存

Tab. 1 CPU time and memory of antenna arrays

模型	计算方法	内存占用/GB	计算时间/min
领结形周期阵列	MLFMM(FEKO)	16.6	20.4
	CRM-SIE-SED	1.4	15.8
圆形周期阵列	MLFMM(FEKO)	58.8	97.4
	CRM-SIE-SED	5.1	60.1

在领结形周期阵列算例中, CRM-SIE-SED 内存占用仅为 MLFMM 的 8.4%, 原因是该算例中 CRM-SIE-SED 最大内存消耗在计算 3×3 子阵列上, 需要存储 9 个单元构成的阻抗矩阵。CRM-SIE-SED 比 MLFMM 的计算速度快了 1.29 倍。

在 20×20 圆形周期阵列算例中, CRM-SIE-SED 方法在计算缩减矩阵时的内存超过了计算 3×3 子阵列时需要的内存, 但本算例中 CRM-SIE-SED 比 FEKO 的 MLFMM 仍有明显优势, 内存占用仅为 MLFMM 的 8.7%, 计算速度比 MLFMM 快了 1.61 倍。

4 结 论

为求解大规模介质-金属复合周期结构电磁散射问题, 本文提出基于广义 PMCHWT-EFIE 的 CRM-SIE-SED 方法, 有效地降低了介质-金属复合目标的网格数目。该方法无需处理复杂的边界条件, 边界之间电流连续性自动得到满足。本文给出了广义 PMCHWT-EFIE 的偶极子近似表达式, 采用 FDM 方法对广义 PMCHWT-EFIE 的矩阵填充进行加速, 采用 MPWs 法拓展子域基函数的自由度, 使其能够计算单元相连的情形。算例结果表明, CRM-SIE-SED 方法具有计算精度高和效率高的特点, 与商业软件 FEKO 的 MLFMM 方法比较, 内存占用降低到

1/10, 计算速度快了 1.3 倍。该方法具备计算大规模介质-金属复合周期结构散射问题的能力。

参考文献

- [1] STEVANOVIC I, CRESPO-VALERO P, MOSIG J R. An integral-equation technique for solving thick irises in rectangular waveguides[J]. *IEEE transactions on microwave theory and techniques*, 2006, 54(1): 189-197.
- [2] CWIK T, MITTRA R. The effects of the truncation and curvature of periodic surfaces: a strip grating[J]. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 1998, 36(5): 612-622.
- [3] 吴安雯, 吴语茂, 杨杨, 等. 矩量法-物理光学混合算法计算多尺度复合目标电磁散射场[J]. *电波科学学报*, 2019, 34(1): 83-90.
WU A W, WU Y M, YANG Y, et al. The MoM-PO hybrid method for calculating the scattered field of multi-scale composite targets[J]. *Chinese journal of radio science*, 2019, 34(1): 83-90. (in Chinese)
- [4] 周永金. 三维人工表面等离子体结构及其 FDTD 分析的软件实现[D]. 南京: 东南大学, 2011.
ZHOU Y J. Three-dimensional designer surface plasmons structures and the FDTD implementation[D]. Nanjing: Southeast University, 2011. (in Chinese)
- [5] BACZEWSKI A D, DAULT D L, SHANKER B. Accelerated cartesian expansions for the rapid solution of periodic multiscale problems[J]. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 2012, 60(9): 4281-4290.
- [6] WATANABE Y, IGARASHI H. Accelerated FDTD analysis of antennas loaded by electric circuits[J]. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 2012, 60(2): 958-963.
- [7] PRAKASH V, MITTRA R. Characteristic basis function method: a new technique for efficient solution of method of moments matrix equations[J]. *Microwave and optical technology letters*, 2003, 36(2): 95-100.
- [8] YEO J, KOKSOY S, MITTRA R, et al. Efficient generation of method of moments matrices using the characteristic function method[J]. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 2004, 52(12): 3405-3410.
- [9] LADISLAU M, VALERIU L, VECCHI G. Analysis of large complex structures with the synthetic-functions approach antennas and propagation[J]. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 2007, 55(9): 2509-2521.
- [10] CUI T J, LU W B, QIAN Z G, et al. Accurate analysis of large-scale periodic structures using an efficient sub-entire-domain basis function method[J]. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 2004, 4(11): 4459-4462.
- [11] LU W B, CUI T J, ZHAO H. Acceleration of fast multipole method for large-scale periodic structures with finite sizes using sub-entire-domain basis functions[J]. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 2007, 55(2): 414-421.
- [12] WANG Q Q, ZHU H B, CHEN R S, et al. Analysis of finite frequency selective surfaces backed by dielectric substrate using sub-entire-domain basis function method[J]. *COMPEL the international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering*, 2015, 34(4): 1144-1155.
- [13] YANG W, DING Y, LU W B, et al. Analysis of finite periodic structures of graphene with dielectric substrate using EFIE-PMCHW-SED method[C]//*IEEE International Conference on Computational Electromagnetics*, 2020: 31-33.
- [14] XIONG T, LU W B, YANG W, et al. A new sub-entire-domain basis function for the accurate analysis of large-scale finite-sized periodic structures with connected-cell[C]//*The 12th European Conference on Antennas and Propagation*, 2018: 1-3.
- [15] XIANG W, YANG W, LU W B. Fast subentire-domain basis functions method for analysis of composite finite periodic structures with dielectric-conductor cells[J]. *IEEE antennas and wireless propagation letters*, 2023, 22(2): 233-237.
- [16] CHU Y H, WENG C W, ZHAO J S, et al. A surface integral equation formulation for low-frequency scattering from a composite object[J]. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 2003, 51(10): 2837-2844.
- [17] LIANG H F, SHAO H R, HU J. Fast frequency and material parameters sweep for the calculation of array structures[J]. *IEEE antennas and wireless propagation letters*, 2022, 21(7): 1328-1332.
- [18] CHEN X L, GU C Q, NIU Z Y, et al. A hybrid fast dipole method and adaptive modified characteristic basis function method for electromagnetic scattering from perfect electric conducting targets[J]. *Journal of electromagnetic waves and applications*, 2012, 60(2): 1186-1191.
- [19] 陈新蕾. 基于特征基函数的电磁散射高效算法研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2014.
CHEN X L. Characteristic basis function (CBF)-based efficient algorithms for electromagnetic scattering[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2014. (in Chinese)
- [20] YUAN J, GU C Q, HAN G. Efficient generation of method of moments matrices using equivalent dipole-moment method[J]. *IEEE antennas and wireless propagation letters*, 2009, 8: 716-719.

作者简介

陈伟 (1995—), 男, 江苏人, 复旦大学硕士, 研究方向为计算电磁学与应用。E-mail: chenwei_fd@163.com

吴语茂 (1982—), 男, 山东人, 复旦大学教授, 研究方向为计算电磁学与应用。E-mail: yumaowu@fudan.edu.cn