



中断概率约束下的鲁棒雷达通信一体化混合波束形成设计

廖斌, 梁浩

Outage constrained robust hybrid beamforming design for MIMO-DFRC systems

LIAO Bin and LIANG Hao

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.12265/j.cjors.2024123>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

星载多波束测控接入一体化通信系统

Multibeam TT&C and access integrated spaceborne communication system

电波科学学报. 2020, 35(6): 974–980

MC-BOC:应用于导航通信一体化系统的新型调制技术

MC-BOC: a new modulation for navigation & communication integrated system signals

电波科学学报. 2020, 35(5): 762–768

毫米波视距MIMO安全通信技术研究

Millimeter wave line-of-sight MIMO secure communication technology

电波科学学报. 2020, 35(4): 457–468

H-ResGAN在智能反射面辅助通信系统中的信道估计

Hybrid loss based residual generative adversarial network for channel estimation in intelligent reflecting surface assisted communication systems

电波科学学报. 2023, 38(6): 1048–1056

基于深度强化学习的可重构智能超表面辅助无人机通信联合波束成形与轨迹优化

The optimization of beamforming and trajectory for reconfigurable intelligent surface assisted UAV communication system based on deep reinforcement learning

电波科学学报. 2024, 39(4): 722–731

波动双径衰落信道下的圆阵方向调制方法

Circular array directional modulation over fluctuating two-ray fading channel

电波科学学报. 2020, 35(5): 656–665



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

廖斌, 梁浩. 中断概率约束下的鲁棒雷达通信一体化混合波束形成设计[J]. 电波科学学报, 2025, 40(2): 236-245. DOI: [10.12265/j.cjors.2024123](https://doi.org/10.12265/j.cjors.2024123)
LIAO B, LIANG H. Outage constrained robust hybrid beamforming design for MIMO-DFRC systems[J]. Chinese journal of radio science, 2025, 40(2): 236-245. (in Chinese). DOI: [10.12265/j.cjors.2024123](https://doi.org/10.12265/j.cjors.2024123)

中断概率约束下的鲁棒雷达通信一体化 混合波束形成设计

廖斌^{1,2*} 梁浩¹

(1. 深圳大学电子与信息工程学院, 深圳 518060; 2. 射频异质异构集成全国重点实验室, 深圳 518060)

摘 要 针对多输入多输出 (multiple-input multiple-output, MIMO) 雷达通信一体化 (dual-function radar-communication, DFRC) 系统性能对信道状态信息 (channel state information, CSI) 精度敏感的问题, 构建了非完美 CSI 条件下的模数混合波束形成设计模型, 提出了一种鲁棒的混合波束形成器优化方法。利用 CSI 误差的先验统计信息, 在满足通信中断概率约束的同时最小化雷达方向图加权均方误差, 以得到期望的发射数字和模拟波束形成矩阵。所提出的非凸优化问题首先利用坎泰利 (Cantelli) 不等式进行近似处理, 再利用交替方向乘子法 (alternating direction method of multipliers, ADMM) 求解。仿真实验对比了多种算法之间的性能差异, 验证了所提出的 MIMO-DFRC 混合波束形成设计方法具有高效性和鲁棒性。

关键词 混合波束形成; 雷达通信一体化 (DFRC); 信道状态信息 (CSI); 交替方向乘子法 (ADMM)

中图分类号 TN929.5

文献标志码 A

文章编号 1005-0388(2025)02-0236-10

DOI [10.12265/j.cjors.2024123](https://doi.org/10.12265/j.cjors.2024123)

Outage constrained robust hybrid beamforming design for MIMO-DFRC systems

LIAO Bin^{1,2*} LIANG Hao¹

(1. College of Electronics and Information Engineering Shenzhen University, Shenzhen 518060, China; 2. State Key Laboratory of Radio Frequency Heterogeneous Integration, Shenzhen 518060, China)

Abstract To address the sensitivity of the performance of multiple-input multiple-output (MIMO) dual-function radar-communication (DFRC) systems to the accuracy of channel state information (CSI), we formulate the problem of hybrid analog and digital beamforming under imperfect CSI conditions and propose a robust hybrid beamformer design method. Specifically, by utilizing the prior statistical information of the CSI uncertainties, the expected transmit digital and analog beamforming matrices are obtained via minimizing the weighted mean square error of radar power pattern subject to the constraints on the communication outage probability. The formulated non-convex problem is initially approximated using Cantelli's Inequality, followed by the application of the alternating direction method of multipliers (ADMM) to obtain the solution. Numerical simulations are performed to compare the performance of the proposed method with other algorithms, demonstrating the effectiveness and robustness of the proposed MIMO-DFRC hybrid beamforming design.

Keywords hybrid beamforming; dual-function radar-communication (DFRC); channel state information (CSI); alternating direction method of multipliers (ADMM)

收稿日期: 2024-06-03

资助项目: 广东省基础与应用基础研究基金 (2022A1515010188); 国家自然科学基金 (62171292)

通信作者: 廖斌 E-mail: binliao@szu.edu.cn

0 引言

雷达和通信是无线电技术最为重要的两大应用^[1], 在军事领域起着关键作用, 在民用领域也发挥着巨大价值, 是现代电子装备的重要组成部分。两者通常各自配备独立的天线、射频前端和信号处理子系统, 因此不会相互影响。但随着无线电技术的快速发展, 无线电设备的使用数量呈现爆发式增长, 独立的系统设计和运行会挤占有限的频谱资源, 还会相互干扰^[2], 使得搭载这些设备的无人机、战机、战舰等空间和能源有限的平台面临严峻的挑战。雷达通信一体化 (dual-function radar-communication, DFRC) 是解决上述问题的关键技术, 也是当前世界各国的研究热点与重点^[3-6]。该技术不仅能实现雷达和通信的频谱共享, 更能将雷达和通信的功能进行整合, 满足频谱效率、性能增益以及多任务的需求。在未来的 5G/6G 新兴应用中, 感知与通信一体化也被视为智慧家庭、智慧交通等应用的发展方向^[7-9]。

当前 DFRC 相关理论、方法和技术研究通常基于理想场景的假设, 在实际应用过程中容易受到复杂环境、非理想器件 (如发射天线、射频链、信号处理模块等)、参数误差等因素的影响, 导致性能恶化。因此, 提高鲁棒性是 DFRC 技术走向广泛应用亟待解决的一个关键问题^[10]。针对非完美的信道状态信息 (channel state information, CSI), 北京邮电大学的许长桥教授团队推导了信道估计误差的下界, 通过联合优化感知互信息和通信互信息的加权和来设计一体化波形^[11]。中国科学技术大学任智祥等人考虑了有界 CSI 误差和统计 CSI 误差两种不同场景, 在满足通信性能约束的前提下最小化波束匹配误差和互相关方向图的加权和^[12]。针对 DFRC 系统存在 CSI 误差和目标方位失配误差的问题, 文献^[13]利用 S-procedure 将带有 CSI 误差参数的信干噪比 (signal-to-interference plus noise ratio, SINR) 进行转化, 并通过最大最小化发射区间能量设计了具有宽主瓣特性的发射波束。此外, 以最大化 SINR 为目标, 文献^[14]提出了一种鲁棒的发射波束形成器和接收滤波器联合设计的方法。

另外, 在 DFRC 系统中, 雷达性能和通信性能之间存在权衡, 尤其当通信需求过于严格时, 雷达感知性能往往受限。因此, 研究人员考虑通信中断概率约束, 即用户的 SINR 在一定失败概率下应超过某个阈值^[15]。事实上, 文献^[16]已经提出通过凸锥约束来近似中断概率约束。这些方法提供了复杂高斯二次形尾概率的可解析上界, 在降低算法复杂度的同时提高了了解的质量。最近, 文献^[17]提出采用半定

松弛 (semidefinite relaxation, SDR) 技术和 Bernstein 不等式, 在中断概率约束下最小化发射波束与期望波束之间的均方误差 (mean square error, MSE)。

常规 DFRC 系统设计主要采用全数字波束形成结构, 随着天线数的增加, 将面临高复杂度、高成本和高功耗的问题。本文研究了非完美 CSI 情况下的混合波束形成设计问题, 在通信中断概率约束下, 最小化雷达波束方向图 MSE。与通常会违反原始条件的两阶段法 (two-stage) 不同^[18], 本文提出了基于交替方向乘法 (alternating direction method of multipliers, ADMM) 的算法框架。使用 Cantelli 不等式近似中断概率约束, 通过引入一组辅助变量来解耦数字和模拟波束形成器, 由此产生的非凸问题可以通过推导每个子问题的解来有效地解决。仿真结果验证了所提混合波束形成设计的有效性和鲁棒性。

1 系统模型

多用户多输入多输出 (multiple-input multiple-output, MIMO)-DFRC 系统的架构图如图 1 所示。其中基站装配 N_t 个发射天线。天线单元以半波长为间距排列为均匀线阵 (uniform linear array, ULA), 则发射天线关于特定角度的归一化导向矢量可写为

$$\mathbf{a}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{N_t}} [1, e^{j\pi \sin \theta}, \dots, e^{j\pi(N_t-1) \sin \theta}]^T \quad (1)$$

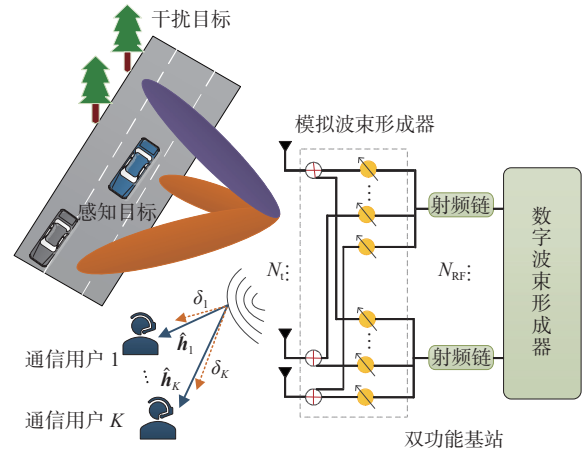


图 1 MIMO-DFRC 场景示意图

Fig. 1 Schematic of the MIMO-DFRC scenario

基站采用全连接的混合波束形成架构, 搭配 N_{RF} 个射频链路, 服务于 K 个下行单天线用户, 同时生成特定方向的波束以感知周围环境。待发射的双功能基带信号表示为 $\mathbf{s} \in \mathbb{C}^{K \times 1}$, 并假设其中每个元素是服从零均值和单位方差的独立随机变量, 即 $E\{\mathbf{s}\mathbf{s}^H\} = \mathbf{I}_K$ 。则发射信号可以表述为

$$\mathbf{x} = \mathbf{T}_{RF} \mathbf{T}_D \mathbf{s} \quad (2)$$

式中: $\mathbf{T}_{RF} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_{RF}}$ 为模拟波束形成器; $\mathbf{T}_D = [\mathbf{t}_{D,1}, \mathbf{t}_{D,2}, \dots,$

$\mathbf{t}_{D,k}] \in \mathbb{C}^{N_{RF} \times K}$ 为数字波束形成器。由于模拟波束形成器由相移器组成, 因此 $\mathbf{T}_{RF}$ 内的每个元素需要满足单位模约束, 即 $|T_{RF}(i, j)| = 1, \forall i, j$ 。

考虑基站到第 k 个用户的信道 $\mathbf{h}_k \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ 为瑞利衰落信道, 则第 k 个用户的接收信号可表示为

$$y_k = \mathbf{h}_k^H \mathbf{T}_{RF} \mathbf{t}_{D,k} S_k + \sum_{i=1, i \neq k}^K \mathbf{h}_k^H \mathbf{T}_{RF} \mathbf{t}_{D,i} S_i + v_k \quad (3)$$

式中, $v_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma_k^2)$ 为加性高斯白噪声。考虑在实际应用场景中 CSI 存在非完美情况, 信道模型可以进一步建模为 $\mathbf{h}_k = \hat{\mathbf{h}}_k + \delta_k$, 其中 $\hat{\mathbf{h}}_k$ 为 CSI 估计信道, δ_k 为信道误差矢量, 服从复高斯分布 $\delta_k \sim \mathcal{CN}(0, \zeta_k^2 \mathbf{I}_{N_t})$, 则第 k 个用户接收信号的 SINR 可以表示为

$$\text{SINR}_k = \frac{|\left(\hat{\mathbf{h}}_k + \delta_k\right)^H \mathbf{T}_{RF} \mathbf{t}_{D,k}|^2}{\sum_{i=1, i \neq k}^K \left|\left(\hat{\mathbf{h}}_k + \delta_k\right)^H \mathbf{T}_{RF} \mathbf{t}_{D,i}\right|^2 + \sigma_k^2} \quad (4)$$

雷达感知方面, 只考虑雷达发射端设计, 因此只需要混合波束形成矩阵合成特定的空间波束方向图以感知存在于特定区域 Ω 的目标, 同时抑制干扰目标所在的区域 Ψ 。两个区域集合被离散为 M 个点 $\theta_1, \dots, \theta_M$, 则在 θ_m 处的功率谱分布可以写为

$$P(\theta_m) = E\{\|\mathbf{a}^H(\theta_m) \mathbf{x}\|_2^2\} = \mathbf{a}^H(\theta_m) \mathbf{T}_{RF} \mathbf{T}_D \mathbf{T}_D^H \mathbf{T}_{RF}^H \mathbf{a}(\theta_m) \quad (5)$$

对于空间区域 $\Omega \cup \Psi$, 期望接近发射的理想方向图 $d(\theta_m)$ 。为简化符号表示, 用 $\mathbf{a}_m$ 和 d_m 分别代替 $\mathbf{a}(\theta_m)$ 和 $d(\theta_m)$ 。

2 鲁棒混合波束形成设计

2.1 问题建模与简化

本文只考虑以雷达为中心的 DFRC 设计, 针对具有 CSI 缺陷的 MIMO-DFRC 系统混合波束形成器的鲁棒设计问题, 提出在每个用户信噪比中断概率约束下最小化雷达波束方向图的匹配误差。该问题可以表述为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{T}_{RF}, \mathbf{T}_D} \quad & \sum_{m=1}^M \omega_m \left| \mathbf{a}_m^H \mathbf{T}_{RF} \mathbf{T}_D \mathbf{T}_D^H \mathbf{T}_{RF}^H \mathbf{a}_m - d_m \right|^2 \\ \text{s.t.} \quad & \Pr\{\text{SINR}_k \geq \gamma_k\} \geq 1 - \mu_k, \forall k \\ & \|\mathbf{T}_{RF} \mathbf{T}_D\|_F^2 \leq P_{\max} \\ & |T_{RF}(i, j)| = 1, \forall i, j \end{aligned} \quad (6)$$

式中: ω_m 为不同角度位置的权值; $\Pr\{\cdot\}$ 为概率; γ_k 为用户期望的 SINR 阈值; μ_k 为用户 k 自定义的中断概率; $P_{\max}$ 为最大发射功率。

由于式 (6) 中存在中断概率约束以及单位模约束, 导致该问题是一个复杂的非凸问题, 难以直接求得解析解。针对这个问题, 本节提出了一种基于

ADMM 框架的算法, 来高效求解该问题。通过引入辅助变量 $\mathbf{T} \in \mathbb{C}^{N_t \times K}$ 和 $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{N_t \times K}$ 对混合波束形成器 $\mathbf{T}_{RF} \mathbf{T}_D$ 经行解耦^[19], 此时式 (6) 可以重写为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{T}_{RF}, \mathbf{T}_D, \mathbf{T}, \mathbf{G}} \quad & \sum_{m=1}^M \omega_m \left| \mathbf{a}_m^H \mathbf{T} \mathbf{T}^H \mathbf{a}_m - d_m \right|^2 \\ \text{s.t.} \quad & \Pr\{\text{SINR}_k \geq \gamma_k\} \geq 1 - \mu_k, \forall k \\ & \|\mathbf{G}\|_F^2 \leq P_{\max} \\ & |T_{RF}(i, j)| = 1, \forall i, j \\ & \mathbf{T} = \mathbf{T}_{RF} \mathbf{T}_D \\ & \mathbf{G} = \mathbf{T} \end{aligned} \quad (7)$$

进一步地, 通过引入辅助变量 $\mathbf{p}_m \in \mathbb{C}^{K \times 1}, m = 1, \dots, M$ 将四次目标函数近似为二次形式^[7-21], 相应的优化问题可以表述为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{p}_m} \quad & \sum_{m=1}^M \omega_m \|\mathbf{T}^H \mathbf{a}_m - \mathbf{p}_m\|_2^2 \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{p}_m\|_2^2 = d_m, \forall m \end{aligned} \quad (8)$$

为了处理式 (7) 中的中断概率约束, 将第 k 个用户的中断 SINR 重写为

$$\Pr\{\text{SINR}_k \geq \gamma_k\} = \Pr\{f_k(\delta_k) \geq \gamma_k\} = 1 - \mu_k \quad (9)$$

其中 $f_k(\delta_k)$ 定义为

$$\begin{aligned} f_k(\delta_k) = & \delta_k^H \mathbf{T} \mathbf{U}_k \mathbf{T}^H \delta_k + \hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{T} \mathbf{U}_k \mathbf{T}^H \hat{\mathbf{h}}_k \\ & + 2\text{Re}\{\delta_k^H \mathbf{T} \mathbf{U}_k \mathbf{T}^H \hat{\mathbf{h}}_k\} - \sigma_k^2 \end{aligned} \quad (10)$$

式中: $\mathbf{U}_k$ 为 $K \times K$ 维的对角矩阵, 其第 k 个对角线元素为 γ_k^{-1} , 其余对角线元素为 -1 。 $f_k(\delta_k)$ 的均值可由下式计算得到:

$$E\{f_k(\delta_k)\} = \text{tr}\{(\hat{\mathbf{H}}_k + \zeta_k^2 \mathbf{I}_{N_t}) \mathbf{T} \mathbf{U}_k \mathbf{T}^H\} - \sigma_k^2 \quad (11)$$

式中: $\hat{\mathbf{H}}_k \stackrel{\text{def}}{=} \hat{\mathbf{h}}_k \hat{\mathbf{h}}_k^H \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$ 。进一步推导出 $f_k(\delta_k)$ 的方差表达式^[22] 为

$$\begin{aligned} \text{Var}\{f_k(\delta_k)\} = & \text{tr}\{(2\zeta_k^2 \hat{\mathbf{h}}_k \hat{\mathbf{h}}_k^H + \zeta_k^4 \mathbf{I}_{N_t})(\mathbf{T} \mathbf{U}_k \mathbf{T}^H)^2\} \\ \approx & (2\zeta_k^2 + \zeta_k^4 \|\hat{\mathbf{h}}_k\|_2^2) \|\hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{T} \mathbf{U}_k \mathbf{T}^H\|_2^2 \end{aligned} \quad (12)$$

考虑在实际应用中信道误差 ζ_k 的四次项远小于式 (12) 中的其他项, 为了使表达式更加容易处理, 本章只保留了 ζ_k 四次项中 $\hat{\mathbf{h}}_k$ 特征方向的值。

为了将中断概率约束转化为一个可处理的形式, 需要找到一个凸上界表达式近似该约束。本文采用 Cantelli 不等式^[23], 根据其理论, 如果约束满足

$$E\{f(\delta_k)\} \geq \sqrt{(1/\mu_k - 1)\text{Var}\{f(\delta_k)\}} \quad (13)$$

则中断概率约束式 (9) 一定满足。此时将式 (11) 和 (12) 带入式 (13) 中可以得到:

$$\text{tr}\{(\hat{\mathbf{H}}_k + \zeta_k^2 \mathbf{I}_{N_t}) \mathbf{Z}_k\} - \sigma_k^2 \geq \alpha_k \|\hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{Z}_k\|_2 \quad (14)$$

式中: $\mathbf{Z}_k = \mathbf{T} \mathbf{U}_k \mathbf{T}^H$; $\alpha_k \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{(2\zeta_k^2 + \zeta_k^4 \|\hat{\mathbf{h}}_k\|_2^2)(1/\mu_k - 1)}$ 。根据上述变换与近似处理, 将式 (7) 重新写为

$$\begin{aligned}
\min_{\Pi} \quad & \sum_{m=1}^M \omega_m \|T^H \mathbf{a}_m - \mathbf{p}_m\|_2^2 \\
\text{s.t.} \quad & \|\mathbf{G}\|_F^2 \leq P_{\max} \\
& \|\mathbf{p}_m\|_2^2 = d_m, \forall m \\
& |T_{\text{RF}}(i, j)| = 1, \forall i, j \\
& \mathbf{T} = \mathbf{T}_{\text{RF}} \mathbf{T}_{\text{D}} \\
& \mathbf{G} = \mathbf{T} \\
& \text{tr}\{(\hat{\mathbf{H}}_k + \rho_k^2 \mathbf{I}_{N_t}) \mathbf{Z}_k\} - \sigma_k^2 \geq \alpha_k \|\hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{Z}_k\|_2 \\
& \mathbf{Z}_k = \mathbf{G} \mathbf{U}_k \mathbf{T}^H, \forall k
\end{aligned} \quad (15)$$

式中, Π 为变量集合,

$$\Pi = \{\mathbf{T}_{\text{RF}}, \mathbf{T}_{\text{D}}, \mathbf{G}, \mathbf{T}, \{\mathbf{Z}_k\}_{k=1}^K, \{\mathbf{p}_m\}_{m=1}^M\} \quad (16)$$

2.2 基于 ADMM 算法求解

考虑式 (15) 中所有等式约束, 其增广拉格朗日函数形式为

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \sum_{m=1}^M \omega_m \|\mathbf{T}^H \mathbf{a}_m - \mathbf{p}_m\|_2^2 + \frac{\rho_1}{2} \|\mathbf{T}_{\text{RF}} \mathbf{T}_{\text{D}} - \mathbf{T} + \mathbf{D}_1\|_F^2 \\
& + \frac{\rho_2}{2} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{Z}_k - \mathbf{G} \mathbf{U}_k \mathbf{T}^H + \mathbf{D}_{2,k}\|_F^2 \\
& + \frac{\rho_3}{2} \|\mathbf{G} - \mathbf{T} + \mathbf{D}_3\|_F^2
\end{aligned} \quad (17)$$

式中: $\mathbf{D}_1, \mathbf{D}_3 \in \mathbb{C}^{N_t \times K}$; $\{\mathbf{D}_{2,k}\} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$ 为对偶变量; $\rho_1, \rho_2, \rho_3 > 0$ 为对应的惩罚参数。基于 ADMM 算法框架可以交替优化每个变量。

1) 优化变量 $\{\mathbf{p}_m\}_{m=1}^M$: 给定其他变量, $\mathcal{L}$ 关于 $\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_M$ 的最小化问题可以转化为 M 个子问题并行求解:

$$\begin{aligned}
\min_{\mathbf{p}_m} \quad & \|\mathbf{T}^H \mathbf{a}_m - \mathbf{p}_m\|_2^2 \\
\text{s.t.} \quad & \|\mathbf{p}_m\|_2^2 = d_m
\end{aligned} \quad (18)$$

其解析解可以由下式计算得到:

$$\mathbf{p}_m = \frac{\sqrt{d_m}}{\|\mathbf{T}^H \mathbf{a}_m\|_2} \mathbf{T}^H \mathbf{a}_m \quad (19)$$

2) 优化变量 $\{\mathbf{Z}_k\}_{k=1}^K$: 根据式 (17), 关于 $\mathbf{Z}_k$ 的优化问题等价于:

$$\begin{aligned}
\min_{\mathbf{Z}_k} \quad & \sum_{k=1}^K \|\mathbf{Z}_k - \mathbf{G} \mathbf{U}_k \mathbf{T}^H + \mathbf{D}_{2,k}\|_F^2 \\
\text{s.t.} \quad & \text{tr}\{(\hat{\mathbf{H}}_k + \rho_k^2 \mathbf{I}_{N_t}) \mathbf{Z}_k\} - \sigma_k^2 \geq \alpha_k \|\hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{Z}_k\|_2, \forall k
\end{aligned} \quad (20)$$

不难看出式 (20) 是一个典型的二阶锥规划 (second-order cone programming, SOCP) 问题, 可以使用 CVX 求解器求解^[24]。本文提出一种基于 Karush-Kuhn-Tucker (KKT) 条件的低复杂度方法来处理该问题。

由于变量在式 (20) 中不是耦合的, 意味着可以将其分离成 K 个子问题并行求解。首先, 将式 (20) 中的所有矩阵进行向量化, 第 k 个子问题等价于

$$\begin{aligned}
\min_{\mathbf{z}_k} \quad & (\mathbf{z}_k - \mathbf{c}_k)^H (\mathbf{z}_k - \mathbf{c}_k) \\
\text{s.t.} \quad & \text{Re}\{\mathbf{r}_k^H \mathbf{z}_k\} - \sigma_k^2 \geq \alpha_k \|\mathbf{W}_k^{1/2} \mathbf{z}_k\|_2
\end{aligned} \quad (21)$$

式中: $\mathbf{z}_k = \text{vec}(\mathbf{Z}_k)$; $\mathbf{c}_k = \text{vec}(\mathbf{C}_k)$, $\mathbf{C}_k = \mathbf{G} \mathbf{U}_k \mathbf{T}^H - \mathbf{D}_{2,k}$; $\mathbf{r}_k = \text{vec}(\mathbf{R}_k)$, $\mathbf{R}_k^H = \hat{\mathbf{H}}_k + \rho_k^2 \mathbf{I}_{N_t}$; $\mathbf{W}_k = \mathbf{I}_{N_t} \otimes \hat{\mathbf{H}}_k$ 。若式 (21) 存在可行解, 需要满足一个隐含的约束条件 $\text{Re}\{\mathbf{r}_k^H \mathbf{z}_k\} - \sigma_k^2 \geq 0$, 可以暂时忽略这个隐含约束, 得到最优解之后再带入该约束验证其可行性。基于此, 式 (21) 可以重写为

$$\begin{aligned}
\min_{\mathbf{z}_k} \quad & (\mathbf{z}_k - \mathbf{c}_k)^H (\mathbf{z}_k - \mathbf{c}_k) \\
\text{s.t.} \quad & (\text{Re}\{\mathbf{r}_k^H \mathbf{z}_k\} - \sigma_k^2)^2 \geq \alpha_k^2 \mathbf{z}_k^H \mathbf{W}_k \mathbf{z}_k
\end{aligned} \quad (22)$$

该问题可以基于 KKT 框架求解。

引入对偶变量 $\lambda \geq 0$, 此时可以得到式 (22) 的拉格朗日函数形式, 表达式为

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}(\mathbf{z}_k, \lambda) = & (\mathbf{z}_k - \mathbf{c}_k)^H (\mathbf{z}_k - \mathbf{c}_k) \\
& + \lambda (\alpha_k^2 \mathbf{z}_k^H \mathbf{W}_k \mathbf{z}_k - (\text{Re}\{\mathbf{r}_k^H \mathbf{z}_k\} - \sigma_k^2)^2)
\end{aligned} \quad (23)$$

其 KKT 条件可由下式给出:

$$\mathbf{z}_k = (\mathbf{I} + \lambda \alpha_k^2 \mathbf{W}_k)^{-1} (\mathbf{c}_k + \lambda \text{Re}\{\mathbf{r}_k^H \mathbf{z}_k\} \mathbf{r}_k - \lambda \sigma_k^2 \mathbf{r}_k) \quad (24a)$$

$$\lambda (\alpha_k^2 \mathbf{z}_k^H \mathbf{W}_k \mathbf{z}_k - (\text{Re}\{\mathbf{r}_k^H \mathbf{z}_k\} - \sigma_k^2)^2) = 0 \quad (24b)$$

其中式 (24a) 是将 $\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{z}_k, \lambda)}{\partial \mathbf{z}_k}$ 置零得到的。分 $\lambda = 0$ 和 $\lambda > 0$ 两种情况来讨论式 (22) 的最优解。

定义 $\mathbf{z}_k^*$ 为式 (22) 的最优解。当 $\lambda = 0$ 时, $\mathbf{z}_k^*$ 可以直接由下式得到:

$$\mathbf{z}_k^* = \mathbf{c}_k \quad (25)$$

同时 $\mathbf{z}_k^*$ 需要满足约束 $(\text{Re}\{\mathbf{r}_k^H \mathbf{z}_k\} - \sigma_k^2)^2 > \alpha_k^2 \mathbf{z}_k^H \mathbf{W}_k \mathbf{z}_k$ 。

当 $\lambda > 0$ 时, 首先定义

$$\begin{aligned}
\mathbf{M}_k & \stackrel{\text{def}}{=} (\mathbf{I}_{N_t^2} + \lambda \alpha_k^2 \mathbf{W}_k)^{-1} \\
& = (\mathbf{I}_{N_t^2} + \lambda \alpha_k^2 \mathbf{I}_{N_t} \otimes \hat{\mathbf{H}}_k)^{-1} \\
& = (\mathbf{I}_{N_t} \otimes (\mathbf{I}_{N_t} + \lambda \alpha_k^2 \hat{\mathbf{H}}_k))^{-1} \\
& = \mathbf{I}_{N_t} \otimes \left(\mathbf{I}_{N_t} - \frac{\lambda \alpha_k^2}{1 + \lambda \alpha_k^2 \|\hat{\mathbf{h}}_k\|_2^2} \hat{\mathbf{H}}_k \right) \\
& = \mathbf{I}_{N_t} \otimes \left(\mathbf{I}_{N_t} - \frac{\lambda \alpha_k^2}{1 + \lambda \alpha_k^2 \|\hat{\mathbf{h}}_k\|_2^2} \hat{\mathbf{H}}_k \right) \\
& = \mathbf{I}_{N_t} - \frac{\lambda \alpha_k^2}{1 + \lambda \alpha_k^2 \|\hat{\mathbf{h}}_k\|_2^2} \mathbf{I}_{N_t} \otimes \hat{\mathbf{H}}_k \\
& = \mathbf{I}_{N_t} - \frac{\lambda \alpha_k^2}{1 + \lambda \alpha_k^2 \|\hat{\mathbf{h}}_k\|_2^2} \mathbf{W}_k
\end{aligned} \quad (26)$$

将式 (24a) 两边同时乘以 $\mathbf{r}_k^H$ 并取实部, 可得:

$$\text{Re}\{\mathbf{r}_k^H \mathbf{z}_k\} = \frac{\text{Re}\{\mathbf{r}_k^H \mathbf{M}_k \mathbf{c}_k\} - \lambda \sigma_k^2 \mathbf{r}_k^H \mathbf{M}_k \mathbf{r}_k}{1 - \lambda \mathbf{r}_k^H \mathbf{M}_k \mathbf{r}_k} \quad (27)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{M}_k \left(\mathbf{c}_k + \lambda \frac{\text{Re}\{\mathbf{r}_k^H \mathbf{M}_k \mathbf{c}_k\} - \lambda \sigma_k^2 \mathbf{r}_k^H \mathbf{M}_k \mathbf{r}_k}{1 - \lambda \mathbf{r}_k^H \mathbf{M}_k \mathbf{r}_k} \mathbf{r}_k - \lambda \sigma_k^2 \mathbf{r}_k \right) \quad (28)$$

由式 (26) 可进一步计算得到:

$$\mathbf{r}_k^H \mathbf{M}_k \mathbf{r}_k = \|\mathbf{r}_k\|_2^2 - \frac{\lambda \alpha_k^2}{1 + \lambda \alpha_k^2 \|\hat{\mathbf{h}}_k\|_2^2} \mathbf{r}_k^H \mathbf{W}_k \mathbf{r}_k \quad (29a)$$

$$\text{Re}\{\mathbf{r}_k^H \mathbf{M}_k \mathbf{c}_k\} = \text{Re}\{\mathbf{r}_k^H \mathbf{c}_k\} - \frac{\lambda \alpha_k^2}{1 + \lambda \alpha_k^2 \|\hat{\mathbf{h}}_k\|_2^2} \text{Re}\{\mathbf{r}_k^H \mathbf{W}_k \mathbf{c}_k\} \quad (29b)$$

在满足 $\lambda > 0$ 以及 $\text{Re}\{\mathbf{r}_k^H \mathbf{z}_k\} - \sigma_k^2 = \alpha_k \|\mathbf{W}_k^{1/2} \mathbf{z}_k\|_2$ 的条件下, 将式 (27)、(28) 和 (29) 带入等式约束中, 可得到一个关于 λ 的多项式, 进而可求得 λ 的值。本节采用二分法得到 $\lambda > 0$ 且满足隐含约束 $\text{Re}\{\mathbf{r}_k^H \mathbf{z}_k\} - \sigma_k^2 \geq 0$ 的根, 定义为 λ^* 。最后将 λ^* 带入式 (28) 即可得到式 (21) 的最优解。

3) 优化变量 $\mathbf{T}$: 关于 $\mathbf{T}$ 的子问题可以表述为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{T}} \quad & \sum_{m=1}^M \omega_m \|\mathbf{T}^H \mathbf{a}_m - \mathbf{p}_m\|_2^2 + \frac{\rho_1}{2} \|\mathbf{T}_{\text{RF}} \mathbf{T}_D - \mathbf{T} + \mathbf{D}_1\|_F^2 \\ & + \frac{\rho_2}{2} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{Z}_k - \mathbf{G} \mathbf{U}_k \mathbf{T}^H + \mathbf{D}_{2,k}\|_F^2 \\ & + \frac{\rho_3}{2} \|\mathbf{G} - \mathbf{T} + \mathbf{D}_3\|_F^2 \end{aligned} \quad (30)$$

将一阶导数置零可以得到一个 Sylvester 等式, 即:

$$\mathbf{A}_1 \mathbf{T}^* + \mathbf{T}^* \mathbf{A}_2 = \mathbf{A}_3 \quad (31)$$

式中:

$$\begin{cases} \mathbf{A}_1 = 2 \sum_{m=1}^M \omega_m \mathbf{a}_m \mathbf{a}_m^H + \rho_1 \mathbf{I}_{N_t} \\ \mathbf{A}_2 = \rho_2 \sum_{k=1}^K \mathbf{U}_k \mathbf{G}^H \mathbf{G} \mathbf{U}_k + \rho_3 \mathbf{I}_K \\ \mathbf{A}_3 = 2 \sum_{m=1}^M \omega_m \mathbf{a}_m \mathbf{p}_m^H + \rho_1 (\mathbf{T}_{\text{RF}} \mathbf{T}_D \mathbf{D}_1) + \rho_3 (\mathbf{G} + \mathbf{D}_3) \\ \quad + \rho_2 \sum_{k=1}^K (\mathbf{Z}_k^H + \mathbf{D}_{2,k}^H) \mathbf{G} \mathbf{U}_k \end{cases} \quad (32)$$

通过调整惩罚参数的值, 可以使 $\mathbf{A}_1$ 与 $-\mathbf{A}_2$ 不存在相同特征值, 保证式 (31) 有唯一解。

4) 优化变量 $\mathbf{G}$: 给定其他变量, 关于 $\mathbf{G}$ 的子问题可表示为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{G}} \quad & \frac{\rho_2}{2} \sum_{k=1}^K \|\mathbf{Z}_k - \mathbf{G} \mathbf{U}_k \mathbf{T}^H + \mathbf{D}_{2,k}\|_F^2 + \frac{\rho_3}{2} \|\mathbf{G} - \mathbf{T} + \mathbf{D}_3\|_F^2 \\ \text{s.t.} \quad & \|\mathbf{G}\|_F^2 \leq P_{\max} \end{aligned} \quad (33)$$

该问题是一个非线性凸问题, 可以由 KKT 框架求得其解析解。引入对偶变量 $\kappa > 0$, 对应的 KKT 条件可以表示为:

$$\mathbf{G}^*(\kappa) = \boldsymbol{\Xi} (2\kappa \mathbf{I}_K + \boldsymbol{\Phi})^{-1} \quad (34a)$$

$$\kappa (\|\mathbf{G}^*(\kappa)\|_F^2 - P_{\max}) = 0 \quad (34b)$$

式中:

$$\boldsymbol{\Xi} = \rho_2 \sum_{k=1}^K ((\mathbf{Z} + \mathbf{D}_{2,k}) \mathbf{T} \mathbf{U}_k + \rho_3 (\mathbf{T} - \mathbf{D}_3)) \quad (35a)$$

$$\boldsymbol{\Phi} = \rho_2 \sum_{k=1}^K \mathbf{U}_k \mathbf{T}^H \mathbf{T} \mathbf{U}_k + \rho_3 \mathbf{I}_K \quad (35b)$$

根据 KKT 条件框架, 分两种情况讨论式 (33) 的最优解 $\mathbf{G}^*$:

首先, 当 $\|\mathbf{G}\|_F^2 \leq P_{\max}$ 成立时, $\kappa = 0$, 此时 $\mathbf{G}^*$ 可直接由下式计算得到:

$$\mathbf{G}^* = \boldsymbol{\Xi} \boldsymbol{\Phi}^{-1} \quad (36)$$

当 $\|\mathbf{G}\|_F^2 \leq P_{\max}$ 不成立时, $\kappa > 0$, 对 $\boldsymbol{\Phi}$ 进行特征值分解有 $\boldsymbol{\Phi} = \mathbf{Q} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{Q}^H$, 将其带入式 (34) 可以得到:

$$\|G(\kappa)\|_F^2 = \text{tr} \left\{ \boldsymbol{\Xi} \mathbf{Q} (\boldsymbol{\Sigma} + 2\kappa \mathbf{I}_K)^{-2} \mathbf{Q}^H \boldsymbol{\Xi}^H \right\} = \sum_{k=1}^K \frac{[\mathbf{Q}^H \boldsymbol{\Xi}^H \boldsymbol{\Xi} \mathbf{Q}]_{k,k}}{(\boldsymbol{\Sigma})_{k,k} + 2\kappa} \quad (37)$$

将式 (37) 带入等式约束 $\|\mathbf{G}\|_F^2 = P_{\max}$ 中可以得到一个关于对偶变量 κ 的等式, 基于二分法可以求得 κ^* , 将其带入式 (34) 得到 $\mathbf{G}^*$ 。

5) 优化变量 $\mathbf{T}_{\text{RF}}$: 由于模拟波束形成器 $\mathbf{T}_{\text{RF}}$ 需要考虑其单位模约束, 导致相关的优化问题是非凸的, 即:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{T}_{\text{RF}}} \quad & \|\mathbf{T}_{\text{RF}} \mathbf{T}_D - \mathbf{T} + \mathbf{D}_1\|_F^2 \\ \text{s.t.} \quad & |\mathbf{T}_{\text{RF}}(i, j)| = 1, \quad \forall i, j \end{aligned} \quad (38)$$

该问题可以使用黎曼流形优化^[25] 或者块坐标下降 (block coordinate descent, BCD) 法处理^[26]。本节采用 BCD 方法求解式 (38)。

6) 优化变量 $\mathbf{T}_D$: 关于数字波束形成器 $\mathbf{T}_D$ 的优化问题为最小二乘问题:

$$\min_{\mathbf{T}_D} \|\mathbf{T}_{\text{RF}} \mathbf{T}_D - \mathbf{T} + \mathbf{D}_1\|_F^2 \quad (39)$$

可以通过计算下式得到其闭式解:

$$\mathbf{T}_D = (\mathbf{T}_{\text{RF}}^H \mathbf{T}_{\text{RF}})^{-1} \mathbf{T}_{\text{RF}}^H (\mathbf{T} - \mathbf{D}_1) \quad (40)$$

7) 优化变量 $\{\mathbf{D}_1, \{\mathbf{D}_{2,k}\}, \mathbf{D}_3\}$: 根据 ADMM 框架, 变量 $\mathbf{D}_1, \{\mathbf{D}_{2,k}\}, \mathbf{D}_3$ 的更新遵循对偶变量更新的规则, 即:

$$\begin{cases} \mathbf{D}_1 = \mathbf{T}_{\text{RF}} \mathbf{T}_D - \mathbf{T} + \mathbf{D}_1 \\ \mathbf{D}_{2,k} = \mathbf{Z}_k - \mathbf{G} \mathbf{U}_k \mathbf{T}^H + \mathbf{D}_{2,k}, \quad \forall k \\ \mathbf{D}_3 = \mathbf{G} - \mathbf{T} + \mathbf{D}_3 \end{cases} \quad (41)$$

当算法满足迭代终止条件, 交替迭代停止。所提出的鲁棒混合波束形成设计算法伪代码如表 1 所示。通过分析得知, 该算法的主要复杂度集中在计算式 (27) 和 (28) 上, 复杂度为 $O(N^4)$, 以及 BCD 方法上, 复杂度为 $O(KN_t N_{\text{RF}}^2)$, 其中 I 为 BCD 方法内迭代次数。本章所考虑的问题是非凸的, 该优化的一般收敛性仍然是一个开放的课题。从接下来的仿真中

可以得知, 目标函数是收敛的, 并且随着迭代次数的增加, 所提方法的原始残差以及对偶残差都趋于 0。

表 1 MIMO-DFRC 系统下鲁棒混合波束形成设计算法

Tab. 1 The proposed hybrid robust beamforming algorithm for MIMO-DFRC system

算法 1: 基于统计 CSI 误差下的鲁棒混合波束形成设计算法

输入: 天线元件数 N_t , 射频链路数 N_{RF} , 用户个数 K , 噪声功率 $\sigma_k^2, \forall k$, SINR 阈值 γ_k , 观测信道 $\hat{\mathbf{h}}_k$, 中断概率 μ_k , 总发射功率 $P_{\max}$, 收敛容忍度 ε , 最大迭代次数 L

- 1: 初始化: 随机生成 $\mathbf{T}_{RF}^{(0)}, \mathbf{T}_D^{(0)}, \mathbf{G}^{(0)}, \{\mathbf{Z}_k^{(0)}\}_{k=1}^K, \{\mathbf{p}_m^{(0)}\}_{m=1}^M, \mathbf{D}_1^{(0)}, \{\mathbf{D}_{2,k}^{(0)}\}_{k=1}^K, \mathbf{D}_3^{(0)}$;
- 2: 设置: $t = 1$;
- 3: 对于给定的 $\mathbf{T}^{(t-1)}$, 根据式(19)更新 $\{\mathbf{p}_m^{(t)}\}_{m=1}^M$;
- 4: 给定 $\mathbf{T}^{(t-1)}, \{\mathbf{D}_{2,k}^{(t-1)}\}_{k=1}^K, \mathbf{G}^{(t-1)}$ 求解式(20)得到 $\{\mathbf{Z}_k^{(t)}\}_{k=1}^K$;
- 5: 给定 $\mathbf{T}_{RF}^{(t-1)}, \mathbf{T}_D^{(t-1)}, \mathbf{G}^{(t-1)}, \{\mathbf{Z}_k^{(t)}\}_{k=1}^K, \{\mathbf{p}_m^{(t)}\}_{m=1}^M, \mathbf{D}_1^{(t-1)}, \{\mathbf{D}_{2,k}^{(t-1)}\}_{k=1}^K, \mathbf{D}_3^{(t-1)}$, 解方程式(31)得到 $\mathbf{T}^{(t)}$;
- 6: 给定 $\mathbf{T}^{(t)}, \{\mathbf{Z}_k^{(t)}\}_{k=1}^K, \{\mathbf{D}_{2,k}^{(t-1)}\}_{k=1}^K, \mathbf{D}_3^{(t-1)}$, 根据式(33)更新 $\mathbf{G}^{(t)}$;
- 7: 给定 $\mathbf{T}^{(t)}, \mathbf{T}_D^{(t-1)}$, 使用 BCD 方法得到 $\mathbf{T}_{RF}^{(t)}$;
- 8: 给定 $\mathbf{T}^{(t)}, \mathbf{T}_{RF}^{(t)}$, 计算(39)得到 $\mathbf{T}_D^{(t)}$;
- 9: 根据式(41)更新 $\mathbf{D}_1^{(t)}, \{\mathbf{D}_{2,k}^{(t)}\}_{k=1}^K, \mathbf{D}_3^{(t)}$;
- 10: 更新迭代次数 $t = t + 1$;
- 11: 重复步骤 2~10, 直到满足收敛条件 $\|\mathbf{D}_1^{(t)} - \mathbf{D}_1^{(t-1)}\|_F^2 + \sum_{k=1}^K \|\mathbf{D}_{2,k}^{(t)} - \mathbf{D}_{2,k}^{(t-1)}\|_F^2 + \|\mathbf{D}_3^{(t)} - \mathbf{D}_3^{(t-1)}\|_F^2 \leq \varepsilon$ 或达到最大迭代次数 $t = L$;

输出: $\mathbf{T}_D, \mathbf{T}_{RF}$

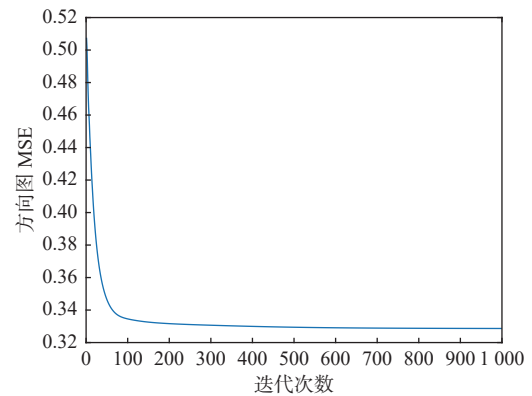
3 仿真结果

假设基站天线数 $N_t = 16$, 射频链路数 $N_{RF} = 6$ 。通信方面, 考虑下行单天线用户数 $K = 3$, 每个用户期望的 SINR 阈值设为 $\gamma_1 = \gamma_2 = \dots = \gamma_K = \gamma = 10$ dB。信道误差矢量服从随机的复高斯分布 $\zeta_k^2 = 0.005$, 用户中断概率设置为 $\mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_K = \mu = 0.05$ 。雷达方面, 期望雷达主瓣 Ω 设为 $[-10^\circ, 10^\circ]$, 干扰区域 Ψ 为 $[-60^\circ]$, 并分别将 0° 和 -60° 处的权值设为 2 和 30, 雷达增益为 $\frac{P_{\max}}{2 \sin 10^\circ}$, 其中总发射能量 $P_{\max}$ 设为 30 dBm, 噪声功率 σ_k^2 设为 0 dBm。

基于上述参数设置, 图 2 仿真了目标函数以及原始残差和对偶残差随迭代次数变化的收敛情况, 其中惩罚系数设置为 $[\rho_1; \rho_2; \rho_3] = [1; 80; 110]$ 。从结果可以看出, 目标函数随着迭代次数的增加收敛于一个特定的值, 原始残差和对偶残差逐渐趋于 0, 验证了所提算法的有效性。

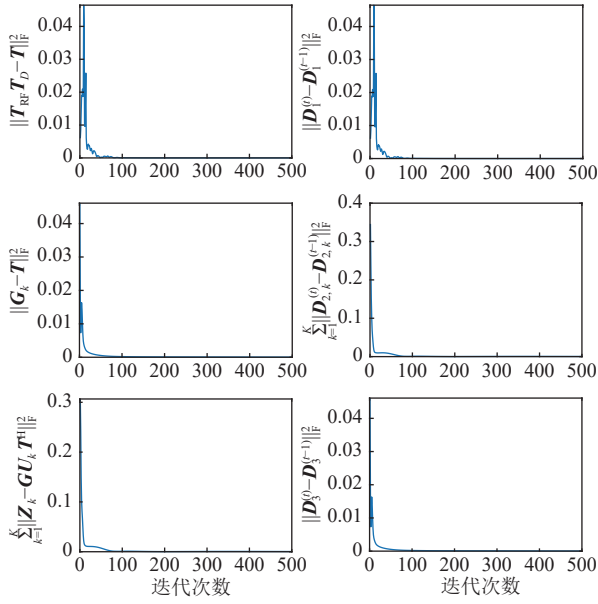
图 3 所示为不同方法下的发射波束方向图, 该方向图是一次随机实验的结果, 且经过了归一化处理。其中非鲁棒设计方法是将 ζ_k^2 设置为一个非常小的量 (如 10^{-8}) 设计得到; 两步法^[27] 首先优化级联波

束形成矩阵, 然后通过最小 MSE 得到模拟和数字波束形成矩阵。从结果可以看出: 所提方法在雷达感知性能上与非鲁棒设计法相差不大, 可以辐射出足够的能量到达感兴趣区域 (region of interest, ROI), 同时抑制干扰区间的能量。由于所提方法相较于 Bernstein 方法^[28] 更保守, 其通信约束要求更严格, 使得雷达的感知性能会略差于 Bernstein 方法, 波束方向图零陷值更高。此外, 两步法很难满足该场景下雷达的抗干扰需求。



(a) 目标函数与迭代次数关系

(a) The variation of the objective function with the number of iterations



(b) 原始残差和对偶残差随迭代次数的变化
(b) The variation of the raw residuals and dual residuals with the number of iterations

图 2 所提算法的收敛图

Fig. 2 Convergence behavior diagram of the proposed algorithm

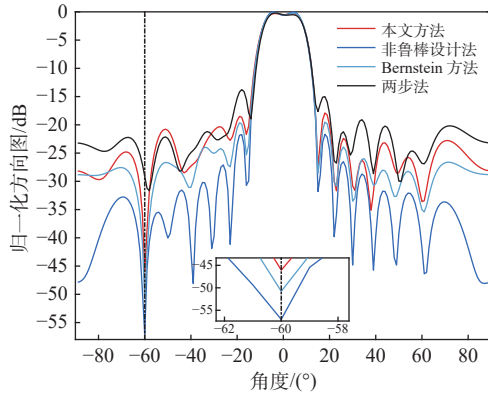


图 3 不同方法下的发射波束方向图

Fig. 3 Comparison of the transmitted beam pattern with different methods

图 4 与图 5 分别展示了固定 $\gamma = 10$ 不同中断概率, 以及固定 $\mu = 0.05$ 不同 SINR γ 阈值下雷达方向图匹配误差随信道误差的变化。其中 MSE 定义为 $\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \omega_m |a_m^H T_{RF} T_D T_D^H T_{RF}^H a_m - d_m|^2$ 。结果表明随着信道误差增大、用户需要的 SINR 增大以及用户设置的中断概率降低时, MSE 增大, 表明雷达的感知性能下降。此外, 尽管所提方法在雷达性能上相较于 Bernstein 方法来说较差, 但是相应的用户真实 SINR 会高于 Bernstein 方法。

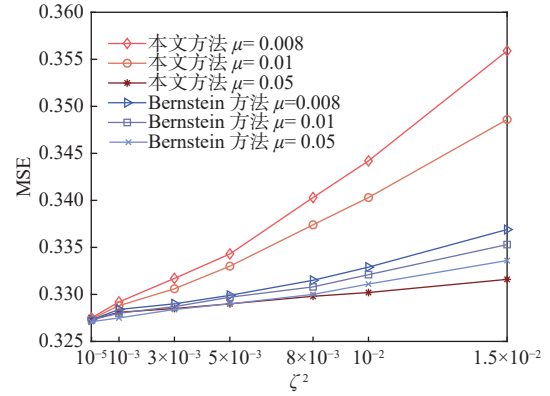


图 4 不同中断概率下 MSE 随信道误差的变化 ($\gamma = 10$)

Fig. 4 Beam pattern MSE under different channel error when changing outage probability thresholds ($\gamma = 10$)

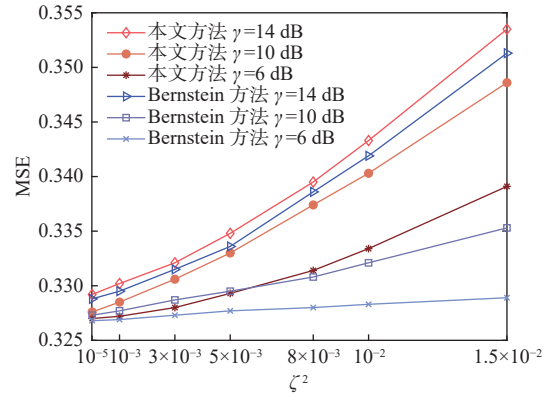


图 5 不同 SINR 阈值下 MSE 随信道误差的变化 ($\mu = 0.05$)

Fig. 5 Beam pattern MSE under different channel error when changing SINR thresholds ($\mu = 0.05$)

设置 $\Omega = [-20^\circ, 0^\circ] \cup [25^\circ, 35^\circ]$ 以及 $\Psi = [-60^\circ] \cup [60^\circ]$, 来验证所设计的鲁棒波束形成器在多主瓣以及多干扰下的应用, 多主瓣波束如图 6 所示, 可见信道误差并不会对主瓣产生过大的影响, 但随着信道误差增大或者用户期望的 SINR 阈值增大时, 雷达旁瓣变大且对干扰目标的抑制能力变弱。

实验随机生成了 1000 个信道误差, 并计算了每个用户在每次实验中真实的 SINR, 选取 200 次实验展示, 结果如图 7 所示。可以看出, 非鲁棒的通感一体化设计并不能达到用户期望的 SINR 最低阈值, 而本文所提方法和 Bernstein 方法均可以满足 SINR 需求。相比于本文方法, Bernstein 方法更接近于 SINR 阈值 10 dB, 表明 Bernstein 方法在雷达性能上有更小的损失。但在实际应用中, 可以忽略这部分的损失来换取更好的通信性能。此外, 两步法由于匹配误差的影响, 部分能量会分散到旁瓣上, 所设计的波束形成矩阵并不能满足原问题的约束。

图 8 为不同信道误差情况下一次实验中用户真实的可达中断概率, 其中零近似方法是不忽略 ζ_k 四次项所设计的优化方法, 算法框架与表 1 类似, 只需要

设置 $\mathbf{W}_k = \mathbf{I}_{N_t} \otimes (2\hat{\mathbf{H}}_k + \zeta_k^2 \mathbf{I}_{N_t})$ 以及 $\alpha_k \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{\zeta_k^2(1/\mu_k - 1)}$ 。结果表明, 该方法能够满足通信约束, 同时由于 Cantelli 不等式过于保守, 可能导致无法找到可行解, 特别是在信道误差不断增大时。由于两步法并没有严格要求变量满足原问题约束, 所设计的数字和混合波束形成矩阵难以达到用户设置的中断概率。

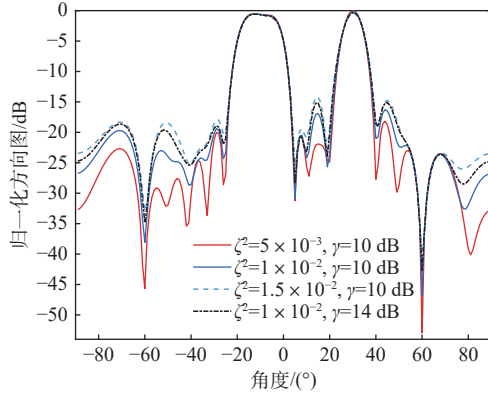


图 6 多主瓣波束图

Fig. 6 Multiple mainlobe beam patterns

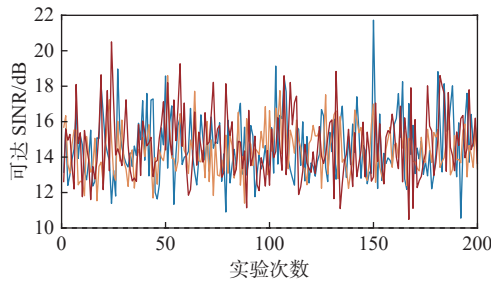
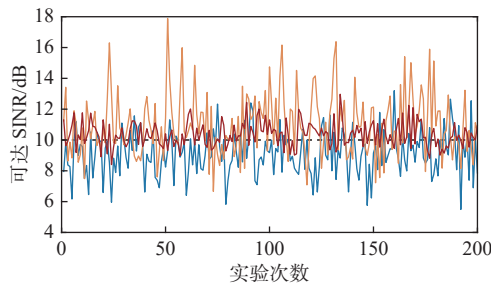
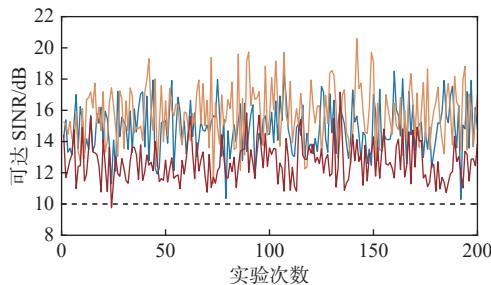
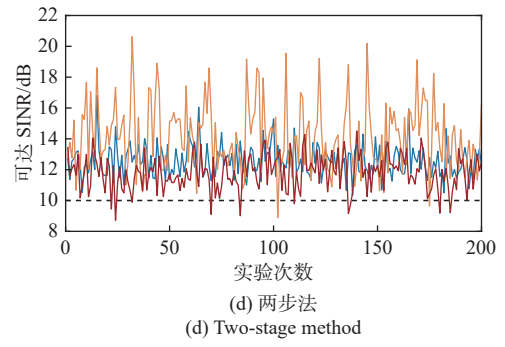
(a) 本文方法
(a) Method in this paper(b) 非鲁棒设计法
(b) Non-robust design(c) Bernstein 方法
(c) Bernstein method

图 7 不同方法下用户真实 SINR 对比

Fig. 7 Comparison plots of user real SINR with different methods

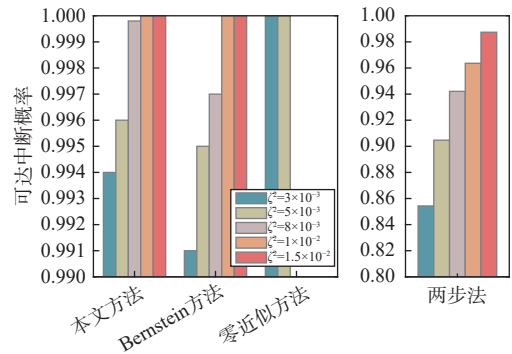


图 8 不同信道误差下用户可达中断概率

Fig. 8 The user achievable outage probability with different channel errors

图 9 给出了不同方法下所得的用户平均 SINR, 可以看出: 零近似方法获得的结果更加保守, 在高误差下容易出现无解的情况; 本文算法和 Bernstein 方法则更适用于信道误差较大的情况。

图 10 所示为 1 000 次仿真迭代算法的执行时间。由 Bernstein 方法处理得到的非凸优化问题需要使用 SDR 技术求解, 其复杂度为 $O(K^3 N_t^6)$ 。结果表明, 与 Bernstein 方法和零近似方法 (使用 CVX 求解器) 相比, 本文方法具有明显的速度优势。

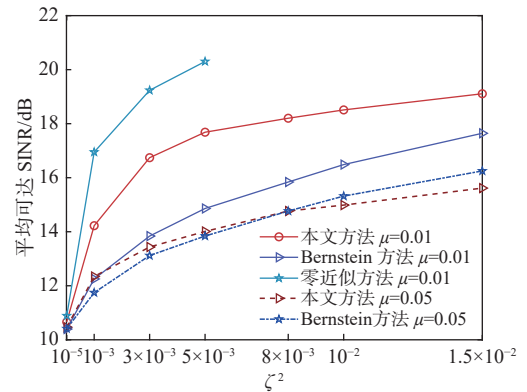


图 9 不同信道误差下用户平均可达 SINR

Fig. 9 The average achievable SINR of users with different channel errors

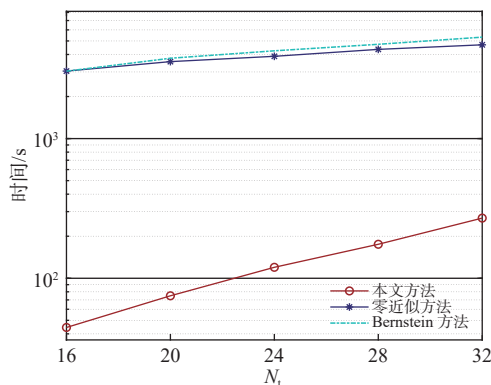


图10 不同方法执行时间

Fig. 10 Execution time of different methods

4 结 论

本文研究了中断概率约束下 MIMO-DFRC 系统鲁棒混合波束成形设计问题,提出了一种基于 ADMM 框架的迭代算法。通过一组辅助变量对原始约束进行解耦,并使用 Cantelli 不等式来逼近中断概率约束,给出了每个子问题的低复杂度求解方法,提高了算法的效率。仿真结果表明,所提算法能够获得理想的感兴趣区域目标波束,并在特定方向形成零陷以抑制干扰。在统计 CSI 误差存在的情况下,该算法能够保证每个用户的真实 SINR 达到其设置的阈值。通过仿真目标函数、原始残差以及对偶残差的和收敛曲线验证了算法的有效性。与 CVX 求解器相比,本文算法具有更快的求解速度。对于本文选取的雷达性能指标为最小化与理想波束图之间的匹配误差,需要发射端提前获得相关的信息,具有一定的局限性,未来可以进一步研究以最大化最小主瓣能量与峰值旁瓣比或者雷达 SINR 与通信频谱效率加权和为目标函数的优化问题。

参考文献

- [1] FENG Z, FANG Z, WEI Z, et al. Joint radar and communication: a survey[J]. China communications, 2020, 17(1): 1-27.
- [2] GRIFFITHS H, COHEN L, WATTS S, et al. Radar spectrum engineering and management: technical and regulatory issues[J]. Proceedings of the IEEE, 2014, 103(1): 85-102.
- [3] ZHANG J A, LIU F, MASOUIROS C, et al. An overview of signal processing techniques for joint communication and radar sensing[J]. IEEE journal of selected topics in signal processing, 2021, 15(6): 1295-1315.
- [4] ZHENG L, LOPS M, ELDAR Y C, et al. Radar and communication coexistence: an overview: a review of recent methods[J]. IEEE signal processing magazine, 2019,

36(5): 85-99.

- [5] 肖博, 霍凯, 刘永祥. 雷达通信一体化研究现状与发展趋势[J]. 电子与信息学报, 2019, 41(3): 739-750.
XIAO B, HUO K, LIU Y X. Development and prospect of radar and communication integration[J]. Journal of electronics & information technology, 2019, 41(3): 739-750. (in Chinese)
- [6] 余显祥, 姚雪, 杨婧, 等. 面向感知应用的通感一体化信号设计技术与综述[J]. 雷达学报, 2023, 12(2): 247-261.
YU X X, YAO X, YANG J, et al. Radar-centric DFRC signal design: overview and future research avenues[J]. Journal of radars, 2023, 12(2): 247-261. (in Chinese)
- [7] CUI Y, LIU F, JING X, et al. Integrating sensing and communications for ubiquitous IoT: applications, trends, and challenges[J]. IEEE network, 2021, 35(5): 158-167.
- [8] 刘凡, 袁伟杰, 原进宏, 等. 雷达通信频谱共享及一体化: 综述与展望[J]. 雷达学报, 2020, 10(3): 467-484.
LIU F, YUAN W J, YUAN J H, et al. Radar-communication spectrum sharing and integration: overview and prospect [J]. Journal of radars, 2020, 10(3): 467-484. (in Chinese)
- [9] LIU Z, LIU X, LIU Y, et al. UAV assisted integrated sensing and communications for internet of things: 3D trajectory optimization and resource allocation[J]. IEEE transactions on wireless communications, 2024, 23(8): 8654-8667.
- [10] ZHANG Y, NI W, WANG J, et al. Robust transceiver design for covert integrated sensing and communications with imperfect CSI[J]. IEEE transactions on communications, 2024. DOI: 10.1109/TCOMM.2024.3387869 (early access)
- [11] YUAN X, FENG Z, ZHANG J A, et al. Spatio-temporal power optimization for MIMO joint communication and radio sensing systems with training overhead[J]. IEEE transactions on vehicular technology, 2020, 70(1): 514-528.
- [12] REN Z, QIU L, XU J, et al. Robust transmit beamforming for secure integrated sensing and communication[J]. IEEE transactions on communications, 2023, 71(9): 5549-5564.
- [13] LIAO B, XIONG X, QUAN Z. Robust beamforming design for dual-function radar-communication system[J]. IEEE transactions on vehicular technology, 2023, 72(6): 7508-7516.
- [14] TSINOS C G, ARORA A, CHATZINOTAS S, et al. Joint transmit waveform and receive filter design for dual-function radar-communication systems[J]. IEEE journal of selected topics in signal processing, 2021, 15(6): 1378-1392.
- [15] BAZZI A, CHAFII M. On outage-based beamforming design for dual-functional radar-communication 6G systems[J]. IEEE transactions on wireless communications, 2023, 22(8): 5598-5612.

- [16] WANG K Y, SO A M C, CHANG T H, et al. Outage constrained robust transmit optimization for multiuser MISO downlinks: tractable approximations by conic optimization[J]. *IEEE transactions on signal processing*, 2014, 62(21): 5690-5705.
- [17] REN Z, QIU L, XU J, et al. Robust transmit beamforming for secure integrated sensing and communication[J]. *IEEE transactions on communications*, 2023, 11(11): 2260-2264.
- [18] YU X, SHEN J C, ZHANG J, et al. Alternating minimization algorithms for hybrid precoding in millimeter wave MIMO systems[J]. *IEEE journal of selected topics in signal processing*, 2016, 10(3): 485-500.
- [19] FAN W, LIANG J, LI J. Constant modulus MIMO radar waveform design with minimum peak sidelobe transmit beampattern[J]. *IEEE transactions on signal processing*, 2018, 66(16): 4207-4222.
- [20] CHENG Z, LIAO B. QoS-aware hybrid beamforming and DOA estimation in multi-carrier dual-function radar-communication systems[J]. *IEEE journal on selected areas in communications*, 2022, 40(6): 1890-1905.
- [21] CHENG Z, LIAO B, HE Z, et al. Transmit signal design for large-scale MIMO system with 1-bit DACs[J]. *IEEE transactions on wireless communications*, 2019, 18(9): 4466-4478.
- [22] BJÖRNSON E, HOYDIS J, SANGUINETTI L. Massive MIMO networks: spectral, energy, and hardware efficiency[M]. Now Foundations and Trends, 2017.
- [23] MEDRA M, HUANG Y, DAVIDSON T N. Offset-based beamforming: a new approach to robust downlink transmission[J]. *IEEE transactions on signal processing*, 2018, 67(1): 70-82.
- [24] GRANT M, BOYD S. CVX: Matlab software for disciplined convex programming, version 2.1[EB/OL]. (2014-03-09)[2024-06-03]. <https://cvxr.com/cvx/>
- [25] PETERSEN P. Riemannian geometry[M]. New York: Springer, 2006.
- [26] LUO Z Q, TSENG P. On the convergence of the coordinate descent method for convex differentiable minimization[J]. *Journal of optimization theory and applications*, 1992, 72(1): 7-35.
- [27] QI C, CI W, ZHANG J, et al. Hybrid beamforming for millimeter wave MIMO integrated sensing and communications[J]. *IEEE communications letters*, 2022, 26(5): 1136-1140.
- [28] XIONG X, LIANG H, LIAO B. Robust beamforming for DFRC systems in complex environments[C]//ICASSP IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). IEEE, 2024: 8461-8465.

作者简介

廖斌 (1983—), 男, 江西人, 深圳大学电子与信息工程学院教授, 博士, 研究方向为阵列雷达信号处理。E-mail: binliao@szu.edu.cn

梁浩 (2002—), 男, 广东人, 研究方向为阵列信号处理技术、通感一体化。E-mail: 2020112108@email.szu.edu.cn