



时域间断伽辽金-粒子模拟方法研究进展

陈再高, 齐红新, 李炎培, 任泽平

Research progress on discontinuous Galerkin time-domain particle-in-cell (DGTD-PIC) method

CHEN Zaigao, QI Hongxin, LI Yanpei, and REN Zeping

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.12265/j.cjors.2024035>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

电磁场时域数值算法的新进展

New development of time-domain numerical algorithms for electromagnetic field

电波科学学报. 2020, 35(1): 55-68

基于多区域面积分方程的电大非均匀等离子体电磁特性高效计算方法

A multi-region surface integral equation method for electromagnetic analysis of electrically large inhomogeneous plasma sheath

电波科学学报. 2024, 39(1): 26-38

一种基于不连续伽辽金方法求解多区域目标散射问题的优化预处理器

An optimal preconditioning scheme for the discontinuous Galerkin solution of multi-region target scattering problems

电波科学学报. 2022, 37(3): 411-418

亲电子尘埃在等离子体中带电的PIC方法研究

The charging of electrophilic dust in plasma studied by PIC method

电波科学学报. 2021, 36(1): 121-126

基于CFS-PML的高阶有限元在地质雷达数值模拟中的应用研究

Application research on CFS-PML-based high-order finite element method in GPR numerical simulation

电波科学学报. 2022, 37(5): 837-843

等离子体中的涡旋电磁波传播研究

The propagation of vortex electromagnetic waves in plasma

电波科学学报. 2022, 37(6): 1039-1048



关注微信公众号, 获得更多资讯信息

陈再高, 齐红新, 李炎培, 等. 时域间断伽辽金-粒子模拟方法研究进展[J]. 电波科学学报, 2024, 39(5): 818-826. DOI: 10.12265/j.cjors.2024035
CHEN Z G, QI H X, LI Y P, et al. Research progress on discontinuous Galerkin time-domain particle-in-cell (DGTD-PIC) method[J]. Chinese journal of radio science, 2024, 39(5): 818-826. (in Chinese). DOI: 10.12265/j.cjors.2024035

时域间断伽辽金-粒子模拟方法研究进展

陈再高^{1*} 齐红新² 李炎培³ 任泽平¹

(1. 西北核技术研究所 强脉冲辐射环境模拟与效应全国重点实验室, 西安 710024; 2. 华东师范大学物理与电子科学学院 上海市磁共振重点实验室, 上海 200240; 3. 上海交通大学电子信息与电气工程学院, 上海 200240)

摘 要 时域间断伽辽金-粒子模拟 (discontinuous Galerkin time-domain particle-in-cell, DGTD-PIC) 方法采用非结构网格能准确描述复杂结构, 采用高阶基函数进一步提高了计算的精度, 同时避免了求解大型逆矩阵, 在等离子体和高功率电磁学相关数值模拟方面具有广泛的用途。近年来国内外报道了大量 DGTD-PIC 方面的研究工作, 该方法在核心关键技术方面已取得了许多突破性进展。为促进 DGTD-PIC 方法的发展及应用, 本文对该方法在修正势的 DGTD 电磁场计算方法、复频移完全匹配层边界、非结构网格中带电粒子定位与电荷和电流分配等关键技术方面所取得的研究成果进行了详细介绍。

关键词 等离子体模拟; 时域间断伽辽金 (DGTD) 方法; 有限元方法; 全电磁粒子模拟算法; 真空电子器件
中图分类号 TN125;O441 **文献标志码** A **文章编号** 1005-0388(2024)05-0818-09
DOI 10.12265/j.cjors.2024035

Research progress on discontinuous Galerkin time-domain particle-in-cell (DGTD-PIC) method

CHEN Zaigao^{1*} QI Hongxin² LI Yanpei³ REN Zeping¹

(1. National Key Laboratory of Intense Pulsed Radiation Simulation and Effect, Northwest Institute of Nuclear Technology, Xi'an 710024, China; 2. Shanghai Key Laboratory of Magnetic Resonance, School of Physics and Electronic Science, East China Normal University, Shanghai 200240, China; 3. School of Electronic Information and Electrical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract The discontinuous Galerkin time-domain particle-in-cell method (DGTD-PIC) has been studied extensively. By using unstructured meshes, this method can describe complex structures accurately. The higher-order basis functions can be adopted in the electromagnetic field calculation, and the accuracy of the results can be improved significantly. The DGTD-PIC method also has the merit of obtaining the simulation result without inverting large-scale matrices. So far, a large number of research results have been reported, many breakthroughs have been made in the key technologies of DGTD-PIC method. In order to promote the development and application of DGTD-PIC method, the up-to-date achievements of this method are introduced in details, including the purely hyperbolic Maxwell (PHM) equations, complex frequency shifted perfectly matched layer boundary, particle tracking, and current assignment.

Keywords plasma simulation; time-domain discontinuous Galerkin method; finite element method; particle-in-cell; vacuum electronic device

0 引 言

全电磁粒子模拟方法通过求解带电粒子与电磁

场之间的耦合方程^[1], 能准确描述电磁场与带电粒子之间的非线性相互作用, 在求解电磁场随时间的演化过程以及带电粒子的运动信息^[2]、真空电子器件

收稿日期: 2024-02-28

资助项目: 国家重点研发计划 (2020YFA0709800)

通信作者: 陈再高 E-mail: chenzaigao@nint.ac.cn

的设计与优化^[3-7]、微波介质击穿模拟、高能射线产生系统电磁脉冲^[8-9]及核爆炸人工辐射带模拟^[10]等方面得到了广泛应用。传统的全电磁粒子模拟方法采用时域有限差分 (finite-difference time-domain, FDTD) 方法求解电磁场随时间的变化, 具有算法实现相对简单、容易并行等优点。基于共形网格的 FDTD 方法能进一步提高全电磁粒子模拟方法的计算精度^[11]。目前, 国内外均研制了多款基于 FDTD 方法的全电磁粒子模拟软件, 主要用于模拟强场相关的等离子体现象, 如电子科技大学研制的 CHIPIC 软件^[12]、北京应用物理与计算研究所研制的 NEPTUNE3D 软件^[13]、西北核技术研究所和西安交通大学联合研制的 UNIPIC 软件和 UNIPIC-3D^[14-15]软件等, 国外研制了 MAGIC、KARAT 及 CST 等粒子模拟软件。

电磁场时域间断伽辽金 (discontinuous Galerkin time-domain, DGTD) 方法是一种新发展的电磁场时域计算方法^[16-19]。该方法采用非结构网格剖分计算模型, 采用基函数的线性组合描述网格单位内电磁场分布, 通过引入数值通量, 每个单元内电磁场的求解仅与本网格及相邻网格单元有关, 避免了大型矩阵求逆。该方法具有计算精度高、易于并行等优点, 国内外学者开展了大量的时域间断伽辽金-粒子模拟 (discontinuous Galerkin time-domain particle-in-cell, DGTD-PIC) 方法研究^[20], 有望进一步提高全电磁粒子模拟方法的计算精度, 打通传统全电磁粒子模拟技术与采用非结构网格有限元方法之间的技术壁垒。近年来, DGTD-PIC 方法在核心关键技术方面取得了许多突破性研究进展^[21], 为 DGTD-PIC 软件研制及解决实际工程问题提供了可行的技术方案。由于 DGTD-PIC 方法涉及的计算模型复杂, 程序和软件实现难度大, 同时部分适用于传统全电磁粒子模拟方法的数值算法无法有效应用于 DGTD-PIC 方法。为促进 DGTD-PIC 方法的发展及应用, 结合作者所在团队在 DGTD-PIC 方法方面已开展的研究工作, 详细介绍了国内外在 DGTD-PIC 方法方面的研究成果, 主要包括基于修正势的 DGTD 电磁场计算方法^[22-25]、复频移完全匹配层 (complex frequency shifted perfectly matched layer, CFS-PML) 边界^[26-28]、电荷及电流分配^[29-31]等关键技术方面取得的研究进展。采用该方法研制的软件已成功应用于回旋振荡器的数值模拟研究, 解决了工作在高阶模式下回旋管的波束互作用及模式转换等计算难题^[32-33]。

1 基于修正势的 DGTD 电磁场计算方法

在全电磁粒子模拟算法中, 电磁场以及电荷分

配在离散的网格单元上, 由于电荷分配以及电流分配采用不同的计算公式造成数值误差, 导致电场计算不准确, 甚至出现计算结果发散的情况。相比基于 FDTD 的全电磁粒子模拟方法, DGTD-PIC 方法采用非结构网格, 该方法在计算电荷分配以及电流分配时更易导致离散的电场值不满足高斯定律。为此, 发展了基于修正势的 Maxwell 方程:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = c_0 \nabla \times \mathbf{H} - \frac{\mathbf{J}}{\varepsilon_0} - \chi c_0 \nabla \Phi \\ \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -c_0 \nabla \times \mathbf{E} - \kappa c_0 \nabla \Psi \\ \frac{\partial \Phi}{\partial t} = -\chi c_0 \left(\nabla \cdot \mathbf{E} - \frac{\rho}{\varepsilon_0} \right) - \varepsilon_d \Phi \\ \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\kappa c_0 \nabla \cdot \mathbf{H} \end{cases} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 分别为电场强度和磁场强度; ε_0 为真空介电常数; ρ 和 $\mathbf{J}$ 分别为电荷密度和电流密度; c_0 为电磁波在自由空间中的传播速度; χ, κ 为修正系数; ε_d 为衰减系数, 且 $\varepsilon_d \ll 1$ 。辅助变量 Φ 和 Ψ 及相关辅助方程的引入是为了减小数值计算中不满足高斯定律所导致的误差, 当 $\Phi \rightarrow 0$ 、 $\Psi \rightarrow 0$ 时, 方程 (1) 退化为标准的 Maxwell 方程。为减小数值计算误差, 方程 (1) 对磁场强度作了如下变换: $\mathbf{H} \rightarrow \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0} \mathbf{H}$, μ_0 为真空磁导率。

从方程 (1) 可以推导得到如下表达式:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} - (\chi c_0)^2 \nabla^2 \Phi = \frac{\chi c_0}{\varepsilon_0} \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{J} \right) - \varepsilon_d \frac{\partial \Phi}{\partial t} \\ \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - (\kappa c_0)^2 \nabla^2 \Psi = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式 (2) 表明修正势 Φ 和 Ψ 用于矫正电荷守恒和磁荷守恒的误差, 且可以看出误差以波的形式传播, 修正势的传播速度分别为 χc_0 、 κc_0 。当参数 $\chi > 1$ 、 $\kappa > 1$ 时, 则误差的传播速度将快于电磁波的传播速度, 表明增加的辅助方程能避免电荷不守恒带来的误差对电磁场计算结果的影响。

可将方程 (1) 写成如下表达式:

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \Phi \\ \mathbf{H} \\ \Psi \end{bmatrix} + c_0 \nabla \cdot \begin{bmatrix} -\mathbf{H} \times \bar{\mathbf{I}} + \chi \Phi \bar{\mathbf{I}} \\ \chi \mathbf{E} \\ \mathbf{E} \times \bar{\mathbf{I}} + \kappa \Psi \bar{\mathbf{I}} \\ \kappa \mathbf{H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{\mathbf{J}}{\varepsilon_0} \\ \chi \frac{c_0}{\varepsilon_0} \rho - \varepsilon_d \Phi \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中, $\bar{\mathbf{I}}$ 为单位张量。将计算域 Ω 划分为 K 个非结构网格单元, 即 $\Omega = \bigcup_{k=1}^K \Omega_k$, 采用两次分部积分, 同时引入数值通量, 将式 (3) 变成强解积分形式:

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega_k} \ell_i \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \Phi \\ \mathbf{H} \\ \Psi \end{bmatrix} d^3\mathbf{r} + c_0 \int_{\Omega_k} \ell_i \nabla \cdot \begin{bmatrix} -\mathbf{H} \times \bar{\mathbf{I}} + \chi \Phi \bar{\mathbf{I}} \\ \chi \mathbf{E} \\ \mathbf{E} \times \bar{\mathbf{I}} + \kappa \Psi \bar{\mathbf{I}} \\ \kappa \mathbf{H} \end{bmatrix} d^3\mathbf{r} \\
& = -c_0 \int_{\partial\Omega_k} \ell_i \begin{bmatrix} -\hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{H}^* - \mathbf{H}) + \hat{\mathbf{n}} \chi (\Phi^* - \Phi) \\ \chi \hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{E}^* - \mathbf{E}) \\ \hat{\mathbf{n}} \times (\mathbf{E}^* - \mathbf{E}) + \hat{\mathbf{n}} \kappa (\Psi^* - \Psi) \\ \kappa \hat{\mathbf{n}} \cdot (\mathbf{H}^* - \mathbf{H}) \end{bmatrix} d^2\mathbf{r} \\
& + \begin{bmatrix} -\int_{\Omega_k} \ell_i \frac{\mathbf{J}}{\varepsilon_0} d^3\mathbf{r} \\ \int_{\Omega_k} \ell_i \left(\chi \frac{c_0}{\varepsilon_0} \rho - \varepsilon_d \Phi \right) d^3\mathbf{r} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)
\end{aligned}$$

式中, ℓ_i 为第 i 个插值点对应的基函数, 其可为标量基函数或矢量基函数, 通过选择高阶基函数能进一步提高计算精度; $\partial\Omega_k$ 为电磁场在 Ω_k 的边界区域; $\hat{\mathbf{n}}$ 为网格单元边界的外法向矢量; $\mathbf{E}^*$ 、 $\mathbf{H}^*$ 、 Φ^* 、 Ψ^* 分别为网格单元表面处电场强度、磁场强度以及修正势的数值通量。依据上述方程的黎曼问题求解结果, 可得到各个数值通量的表达式:

$$\begin{cases} \mathbf{E}^* = \frac{1}{2} \{ \langle \mathbf{E} \rangle + \hat{\mathbf{n}} \times [\![\mathbf{H}]\!] - \hat{\mathbf{n}} [\![\Phi]\!] \} \\ \Phi^* = \frac{1}{2} \{ \langle \Phi \rangle - \hat{\mathbf{n}} \cdot [\![\mathbf{E}]\!] \} \\ \mathbf{H}^* = \frac{1}{2} \{ \langle \mathbf{H} \rangle - \hat{\mathbf{n}} \times [\![\mathbf{E}]\!] - \hat{\mathbf{n}} [\![\Psi]\!] \} \\ \Psi^* = \frac{1}{2} \{ \langle \Psi \rangle - \hat{\mathbf{n}} \cdot [\![\mathbf{H}]\!] \} \end{cases} \quad (5)$$

上述公式中 $\langle \rangle$ 、 $[\![\]\!]$ 符号的意义为:

$$\langle \mathbf{u} \rangle = \frac{1}{2} (\mathbf{u}^+ + \mathbf{u}), \quad [\![\mathbf{u}]\!] = \frac{1}{2} (\mathbf{u}^+ - \mathbf{u}) \quad (6)$$

式中, $\mathbf{u}$ 、 $\mathbf{u}^+$ 分别为本网格单元以及邻接网格单元的物理量, 其可以为标量或矢量。将方程 (5) 代入到方程 (4) 可以得到如下强变分形式:

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega_k} \ell_i \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \Phi \\ \mathbf{H} \\ \Psi \end{bmatrix} d^3\mathbf{r} + c_0 \int_{\Omega_k} \ell_i \nabla \cdot \begin{bmatrix} -\mathbf{H} \times \bar{\mathbf{I}} + \chi \Phi \bar{\mathbf{I}} \\ \chi \mathbf{E} \\ \mathbf{E} \times \bar{\mathbf{I}} + \kappa \Psi \bar{\mathbf{I}} \\ \kappa \mathbf{H} \end{bmatrix} d^3\mathbf{r} = -\frac{c_0}{2} \int_{\partial\Omega_k} \ell_i \\
& \begin{bmatrix} (-\hat{\mathbf{n}} \times [\![\mathbf{H}]\!] + \hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{n}} \times [\![\mathbf{E}]\!] + \chi \hat{\mathbf{n}} ([\![\Phi]\!] - \hat{\mathbf{n}} \cdot [\![\mathbf{E}]\!]]) \\ \chi (\hat{\mathbf{n}} \cdot [\![\mathbf{E}]\!] - [\![\Phi]\!]) \\ (\hat{\mathbf{n}} \times [\![\mathbf{E}]\!] + \hat{\mathbf{n}} \times \hat{\mathbf{n}} \times [\![\mathbf{H}]\!] + \kappa \hat{\mathbf{n}} ([\![\Psi]\!] - \hat{\mathbf{n}} \cdot [\![\mathbf{H}]\!]]) \\ \kappa (\hat{\mathbf{n}} \cdot [\![\mathbf{H}]\!] - [\![\Psi]\!]) \end{bmatrix} d^2\mathbf{r} \\
& + \begin{bmatrix} -\int_{\Omega_k} \ell_i \frac{\mathbf{J}}{\varepsilon_0} d^3\mathbf{r} \\ \int_{\Omega_k} \ell_i \left(\chi \frac{c_0}{\varepsilon_0} \rho - \varepsilon_d \Phi \right) d^3\mathbf{r} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (7)
\end{aligned}$$

对理想导体边界, 数值通量满足的关系式如下:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}^* = 0 \\ \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{H}^* = 0 \\ \Phi^* = 0 \\ \frac{\partial \Psi^*}{\partial \hat{\mathbf{n}}} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

将式 (5) 代入方程 (8) 可以得到相邻的两个网格在边界面处电场强度、磁场强度及引入的辅助变量所满足的表达式, 其他的理想磁边界以及吸收边界等边界条件可以通过相同的方式推导得到。当采用一阶基函数, χ 、 κ 取不同值时电场和磁场的散度误差如图 1 所示, 可以看出, 采用修正势的 DGTD 电磁场计算方法能够大幅降低散度误差, 减少散度误差的累积, 使得长时间模拟时计算结果保持稳定。

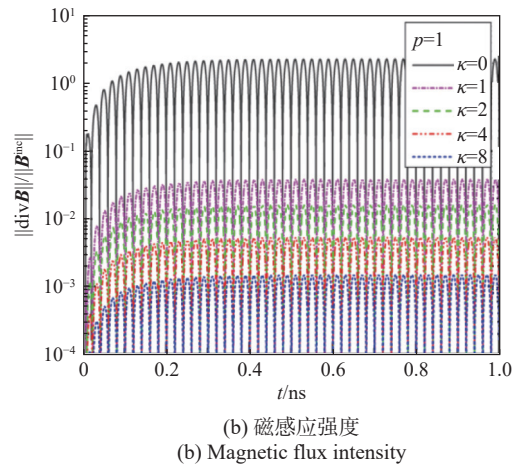
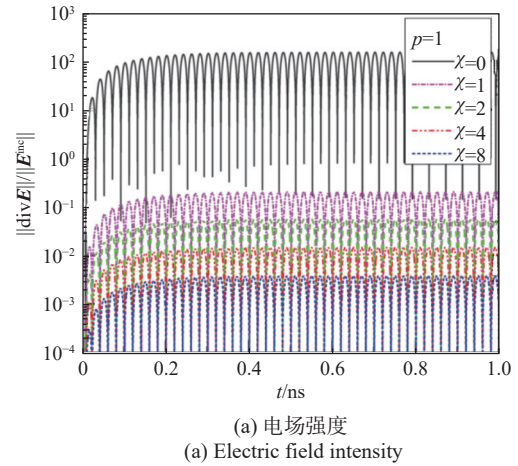


图 1 电场强度和磁感应强度的散度误差随时间的变化^[22]

Fig. 1 Numerical errors of Gauss's law for the electric field and the magnetic flux intensity vs. time^[22]

2 CFS-PML 吸收边界

DGTD-PIC 方法只能对有限区域进行模拟, 为了能模拟开域电磁场与带电粒子之间的非线性相互作用, 在模拟区域的截断边界处设置吸收边界条件。各向异性单轴完全匹配层 (uniaxial perfectly matched

layer, UPML) 由于具有实现简单、吸收效果好等优点, 被广泛应用于电磁场 DGTD 数值模拟算法中。卷积完全匹配层 (convolutional perfectly matched layer, CPML) 能够有效吸收凋落波, 在长时间的模拟计算中保持稳定, 被广泛应用于传统的全电磁粒子模拟算法^[34]。DGTD-PIC 方法中, CPML 辅助变量的推进公式需要求解电磁场分量的空间导数项, 导致在计算辅助变量时需要求解电磁场分量的数值通量, 会大幅度增加程序实现的复杂度, 同时如果数值通量计算不准确, 又会导致程序的计算结果不稳定。CFS-PML 与 CPML 具有相同的计算公式, 在方程离散的过程中, 通过引入特殊表达形式的辅助变量, 避免在求解辅助变量时计算电磁场的空间偏导数, 数值模拟结果表明该吸收边界对电磁波的吸收效果好, 且经过较长步数的模拟计算依然能够保持稳定。下面对 DGTD-PIC 方法中采用的 CFS-PML 进行详细的推导, CFS-PML 中电磁场方程如下式所示:

$$\begin{cases} i\omega s_z s_y \varepsilon_r E_x = c_0 \left(s_z \frac{\partial H_z}{\partial y} - s_y \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \\ i\omega s_x s_z \varepsilon_r E_y = c_0 \left(s_x \frac{\partial H_x}{\partial z} - s_z \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \\ i\omega s_y s_x \varepsilon_r E_z = c_0 \left(s_y \frac{\partial H_y}{\partial x} - s_x \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \\ -i\omega s_z s_y \mu_r H_x = c_0 \left(s_z \frac{\partial E_z}{\partial y} - s_y \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \\ -i\omega s_x s_z \mu_r H_y = c_0 \left(s_x \frac{\partial E_x}{\partial z} - s_z \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \\ -i\omega s_y s_x \mu_r H_z = c_0 \left(s_y \frac{\partial E_y}{\partial x} - s_x \frac{\partial E_x}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (9)$$

式中: ω 为角频率; ε_r 为相对介电常数; μ_r 为相对磁导率; $s_v = \kappa_v + \frac{\sigma_v}{i\omega\varepsilon_0}$ ($v = x, y, z$), κ_v 为坐标伸缩系数, σ_v 为 PML 的电导率。由于方程形式与 CPML 的表达式相同, 因此可按照相同的方式设置参数大小。为便于计算, 需要将 CFS-PML 变换成更为合理的形式。以方程 (9) 中第四个式子 H_x 的计算公式为例, 将 s_v 的表达式代入 H_x 的公式, 得到如下表达式:

$$\begin{aligned} & -i\omega \left(\kappa_z + \frac{\sigma_z}{i\omega\varepsilon_0} \right) \left(\kappa_y + \frac{\sigma_y}{i\omega\varepsilon_0} \right) \mu_r H_x \\ & = c_0 \frac{\partial}{\partial y} \left(\kappa_z + \frac{\sigma_z}{i\omega\varepsilon_0} \right) E_z - c_0 \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa_y + \frac{\sigma_y}{i\omega\varepsilon_0} \right) E_y \end{aligned} \quad (10)$$

引入辅助变量 P_v^h 和 P_v^e :

$$P_v^h = \frac{H_v}{i\omega}, P_v^e = \frac{E_v}{i\omega} \quad (11)$$

将式 (11) 代入式 (10), 则进一步得到 H_x 的推进公式,

$$\begin{aligned} & - \left(i\omega \kappa_y \kappa_z + \frac{\sigma_y \kappa_z + \sigma_z \kappa_y}{\varepsilon_0} \right) \mu_r H_x - \frac{\sigma_z \sigma_y}{\varepsilon_0^2} \mu_r P_x^h \\ & = c_0 \frac{\partial}{\partial y} \left(\kappa_z E_z + \frac{\sigma_z}{\varepsilon_0} P_z^e \right) - c_0 \frac{\partial}{\partial z} \left(\kappa_y E_y + \frac{\sigma_y}{\varepsilon_0} P_y^e \right) \end{aligned} \quad (12)$$

进一步引入辅助变量 $\tilde{H}_v$ 和 $\tilde{E}_v$:

$$\begin{cases} \tilde{H}_v = \kappa_v H_v + \frac{\sigma_v}{\varepsilon_0} P_v^h \\ \tilde{E}_v = \kappa_v E_v + \frac{\sigma_v}{\varepsilon_0} P_v^e \end{cases} \quad (13)$$

将式 (13) 代入式 (12), 则得到辅助变量 $\tilde{H}_x$ 的推进公式如下:

$$\begin{aligned} & -\mu_r \frac{1}{\kappa_x} \left(i\omega \kappa_y \kappa_z \tilde{H}_x + \frac{\sigma_y \kappa_z + \sigma_z \kappa_y}{\varepsilon_0} \tilde{H}_x - i\omega \kappa_y \kappa_z \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0} P_x^h \right. \\ & \left. - \frac{\sigma_y \kappa_z + \sigma_z \kappa_y}{\varepsilon_0} \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0} P_x^h \right) - \frac{\sigma_z \sigma_y}{\varepsilon_0^2} \mu_r P_x^h \\ & = c_0 \frac{\partial}{\partial y} \tilde{E}_z - c_0 \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_y \end{aligned} \quad (14)$$

通过式 (11) 和 (13), 可进一步得到 P_x^h 的表达式, 如式 (15) 所示:

$$i\omega P_x^h = H_x = \frac{1}{\kappa_x} \tilde{H}_x - \frac{1}{\kappa_x} \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0} P_x^h \quad (15)$$

将式 (15) 代入式 (14), 并进一步化简, 则得到 $\tilde{H}_x$ 、 $\tilde{E}_z$ 、 $\tilde{E}_y$ 、 P_x^h 四个变量之间的关系如下:

$$\begin{aligned} & - \left(i\omega \frac{\kappa_y \kappa_z}{\kappa_x} + \frac{\sigma_y \kappa_z + \sigma_z \kappa_y}{\kappa_x \varepsilon_0} - \frac{\kappa_y \kappa_z}{\kappa_x^2} \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0} \right) \mu_r \tilde{H}_x \\ & - \left(\frac{\kappa_y \kappa_z}{\kappa_x^2} \frac{\sigma_x^2}{\varepsilon_0^2} + \frac{\sigma_y \sigma_z}{\varepsilon_0^2} - \frac{\sigma_x (\sigma_y \kappa_z + \sigma_z \kappa_y)}{\kappa_x \varepsilon_0^2} \right) \mu_r P_x^h \\ & = c_0 \frac{\partial}{\partial y} \tilde{E}_z - c_0 \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_y \end{aligned} \quad (16)$$

通过将式 (15) 与 (16) 变换为时域的表达式, 即可得到辅助变量 $\tilde{H}_x$ 、 P_x^h 在时域的推进公式:

$$\begin{cases} - \frac{\kappa_y \kappa_z}{\kappa_x} \mu_r \frac{\partial \tilde{H}_x}{\partial t} - \left(\frac{\sigma_y \kappa_z + \sigma_z \kappa_y}{\kappa_x \varepsilon_0} - \frac{\kappa_y \kappa_z}{\kappa_x^2} \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0} \right) \mu_r \tilde{H}_x \\ - \left(\frac{\kappa_y \kappa_z}{\kappa_x^2} \frac{\sigma_x^2}{\varepsilon_0^2} + \frac{\sigma_y \sigma_z}{\varepsilon_0^2} - \frac{\sigma_x (\sigma_y \kappa_z + \sigma_z \kappa_y)}{\kappa_x \varepsilon_0^2} \right) \mu_r P_x^h \\ = c_0 \frac{\partial}{\partial y} \tilde{E}_z - c_0 \frac{\partial}{\partial z} \tilde{E}_y \\ \frac{\partial P_x^h}{\partial t} = \frac{1}{\kappa_x} \tilde{H}_x - \frac{1}{\kappa_x} \frac{\sigma_x}{\varepsilon_0} P_x^h \end{cases} \quad (17)$$

同样可推导磁场相关辅助变量 $\tilde{H}$ 、 P^h 在其他坐标方向的推进公式, 并写成如下统一的表达形式:

$$\begin{cases} - \frac{\partial}{\partial t} \mu_r \bar{\mathbf{a}} \cdot \tilde{\mathbf{H}} - \bar{\mathbf{b}} \cdot \mu_r \tilde{\mathbf{H}} - \bar{\mathbf{c}} \cdot \mu_r P^h = c_0 \nabla \times \tilde{\mathbf{E}} \\ \frac{\partial P^h}{\partial t} = \bar{\mathbf{k}}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{H}} - \bar{\mathbf{d}} \cdot P^h \end{cases} \quad (18)$$

式中与辅助变量 $\tilde{H}_x$ 、 P_x^h 相关的系数表达式如式 (19) 所示, 其他方向的系数可按照坐标轮换的方式 ($x \rightarrow y, y \rightarrow z, z \rightarrow x$) 计算得到。

$$\begin{cases} a_{xx} = \frac{K_x K_z}{K_x} \\ b_{xx} = \frac{1}{K_x \epsilon_0} (\sigma_y K_z + \sigma_z K_y - a_{xx} \sigma_x) \\ c_{xx} = \frac{\sigma_y \sigma_z}{\epsilon_0^2} - b_{xx} \frac{\sigma_x}{\epsilon_0} \\ d_{xx} = \frac{\sigma_x}{K_x \epsilon_0} \\ K_{xx} = K_x \end{cases} \quad (19)$$

按照电场与磁场之间的对偶原理,可推导得到与电场相关的辅助变量 $\tilde{\mathbf{E}}$ 、 $\mathbf{P}^e$ 的计算公式:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} \epsilon_i \tilde{\mathbf{a}} \cdot \tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\mathbf{b}} \cdot \epsilon_i \tilde{\mathbf{E}} + \tilde{\mathbf{c}} \cdot \epsilon_i \mathbf{P}^e = c_0 \nabla \times \tilde{\mathbf{H}} \\ \frac{\partial \mathbf{P}^e}{\partial t} = \tilde{\mathbf{K}}^{-1} \cdot \tilde{\mathbf{E}} - \tilde{\mathbf{d}} \cdot \mathbf{P}^e \end{cases} \quad (20)$$

式(18)和(20)是 CFS-PML 中电场和磁场以及相关辅助变量的推进公式,在真空区域时,这两个方程直接退化成经典的电磁场推进方程。

3 带电粒子定位及电荷、电流分配

带电粒子与电磁场之间产生非线性相互作用,电磁场作用在带电粒子上,带电粒子的运动满足牛顿-洛伦兹力方程,为保证带电粒子运动时能量守恒,全电磁粒子模拟方法通常采用 Boris 提出的“半加速-旋转-半加速”方法求解带电粒子运动方程。首先需要对带电粒子定位,确定带电粒子所在位置处的网格编号,通过将网格单元内定义的离散电磁场值插值计算得到带电粒子位置处电磁场值。在进行三维全电磁粒子模拟时,网格单元的数目可达到数百万,为减少数值噪声,往往需要跟踪数百万甚至上亿个带电宏粒子,因此快速定位宏粒子位置能够大幅提高计算速度。在基于 FDTD 方法的全电磁粒子模拟方法中,通过比较带电粒子坐标位置与结构网格单元的坐标点,能快速得到带电粒子所在的网格编号。采用均匀结构网格时,如果网格的起始位置位于坐标原点,将带电粒子的位置坐标除以网格步长,就能得到带电粒子所在网格的坐标编号以及电荷、电流分配的权重系数。

由于 DGTD-PIC 方法采用非结构网格,如果每个网格单元遍历确定带电粒子所在非结构网格单元的编号,会非常耗费计算资源。为实现带电粒子在非结构网格的快速定位,国外学者提出了基于辅助背景网格耦合技术的带电粒子定位方法。在非结构网格所在区域定义一层网格尺寸远大于非结构网格尺寸的结构网格,通过比较结构网格单元的坐标与非结构网格单元的坐标构建结构网格与非结构网格之间的拓扑关系,如果非结构网格单元与某个结构网格单元所在区域重合,则表明该非结构网格从属于该结构网格单元。DGTD-PIC 方法在确定带电

粒子所在非结构网格单位编号时,首先快速确定带电粒子所在结构网格单元的编号,获取从属于该结构网格单元的所有非结构网格单元编号,通过判断带电粒子所在位置是否位于某个从属的非结构网格单元内,确定带电粒子所在非结构网格编号,该方法无须遍历所有非结构网格单元;此外,通过建立非结构网格单元之间的拓扑结构关系能进一步提高带电粒子定位的速度,在构建非结构网格的拓扑关系时,保留相邻网格的拓扑信息,实现网格与相邻网格之间的快速检索,当带电粒子运动导致所在非结构网格单元编号改变时,从带电粒子运动前所在网格的相邻网格开始搜索,这样可大幅提高 DGTD-PIC 方法定位带电粒子的速度。

带电粒子运动产生的电流作为 Maxwell 方程的电流源项,实现了带电粒子对电磁场的耦合作用。电磁场方程的源项 ρ 、 $\mathbf{J}$ 须从连续的带电粒子位置插值到离散的非结构网格位置得到。在采用结构网格的全电磁粒子模拟方法中,通常采用线性插值的电荷和电流分配方式,双线性插值的电流分配方法会导致电荷不守恒,该电流作用下计算得到的下一个时间步长的电场会偏离高斯定律,需要对电场分布作一定的调整,即散度校正,使之满足高斯定律。散度校正的方法按照实现方式主要有两种:Langdon-Marder 校正和 Boris 校正方式。国外学者提出的 Zigzags 等算法可大幅提高计算速度,同时能够保证电流分配过程中电荷守恒^[35-36]。在 DGTD-PIC 方法中,电流分配时同样需要保证电场满足高斯定律,由于该方法采用了非结构网格,无法借鉴传统全电磁粒子模拟方法中线性插值以及 Zigzags 等相关算法。

下面以一个非结构网格常用的三角网格单元为例说明 DGTD-PIC 方法所采用的电荷守恒的电荷和电流分配方式,电荷分配采用面积权重的方式进行插值分配,如图2所示。其中图2(a)为带电粒子的电荷分配示意图,图中三角网格单元三个顶点的局部编号分别标示为0、1和2,带电粒子电荷量为 q 、所在位置为 P_s ,该点与三角网格单元的连线将三角网格单元划分为三个小三角形,这三个小三角形的面积占该三角单元面积的比例分别为 λ_0^s 、 λ_1^s 和 λ_2^s ,且 $\lambda_0^s + \lambda_1^s + \lambda_2^s = 1$,按照面积权重分配给三角网格单元三个顶点的电荷量分别为 $q_0^s = q \cdot \lambda_0^s$ 、 $q_1^s = q \cdot \lambda_1^s$ 和 $q_2^s = q \cdot \lambda_2^s$ 。以第0号顶点为例, q_0^s 为0号顶点所分配的电荷量, P_s 点与三角网格单元1号顶点和2号顶点所构成的三角形占三角网格单元的面积比例为 λ_0^s 。从图2(a)可以看出,当带电粒子与某个顶点的距离越近,则该顶点所能分配到的电荷量就越大。当经过时间步长 Δt ,带电粒子从 P_s 运动到 P_e ,如图2(b)所

示,带电粒子在三个网格顶点所对应的面积分配权重更新为 λ_0^s 、 λ_1^s 和 λ_2^s ,则三角网格单元三个顶点分配的电荷量分别为 $q_0^s = q \cdot \lambda_0^s$ 、 $q_1^s = q \cdot \lambda_1^s$ 和 $q_2^s = q \cdot \lambda_2^s$ 。沿着网格边线 0-1、0-2、1-2 方向分别产生电流 I_0 、 I_1 和 I_2 。该带电粒子运动产生的电流幅值计算公式为:

$$i_0 = q \times (\lambda_0^s \times \lambda_1^s - \lambda_1^s \times \lambda_0^s) / \Delta t \quad (21)$$

$$i_1 = q \times (\lambda_0^s \times \lambda_2^s - \lambda_2^s \times \lambda_0^s) / \Delta t \quad (22)$$

$$i_2 = q \times (\lambda_1^s \times \lambda_2^s - \lambda_2^s \times \lambda_1^s) / \Delta t \quad (23)$$

式中: Δt 为时间步长; i_0 、 i_1 、 i_2 为三条边上电流 I_0 、 I_1 、 I_2 的幅值,如图 2(b) 所示。该电流分配方式能保证计算过程中电荷守恒,将所有宏粒子产生的电流在所在网格进行叠加,就能得到所有宏粒子运动在网格边上产生的电流。

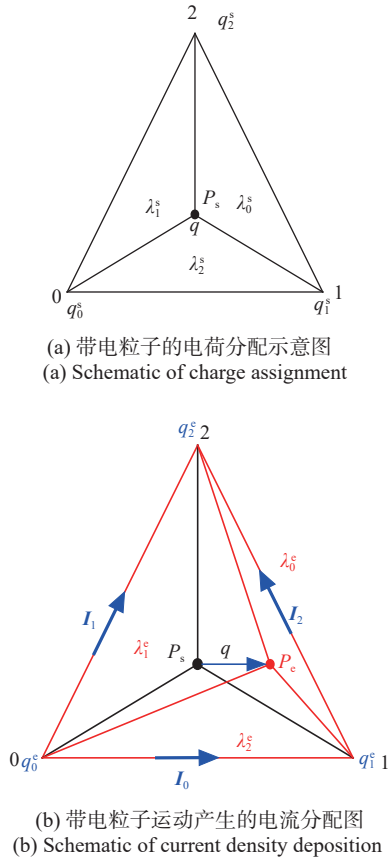


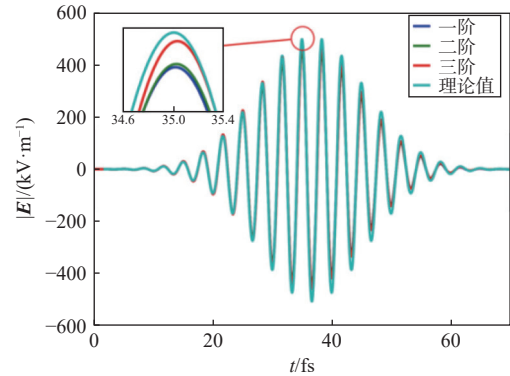
图 2 带电粒子电荷以及电流密度分配

Fig. 2 Charge allocation and current density allocation

4 DGTD-PIC 模拟软件计算结果

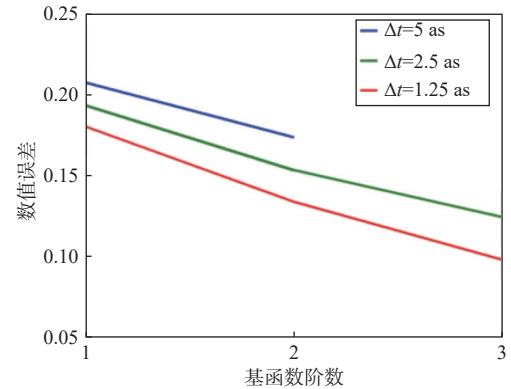
国内外学者研制了 DGTD-PIC 软件,并利用此软件对激光与带电粒子相互作用进行了数值模拟研究^[37],验证了 DGTD-PIC 方法能够应用于模拟电磁场与带电粒子之间的非线性相互作用。一个电量为 -1.6×10^{-15} C 的宏粒子初始时刻为静止状态,在时间上呈高斯分布的平面电磁波的激励下,其中平面电

磁波的电场幅值为 10 GV/m,脉冲持续时间为 15 fs,脉冲的中心波长为 1 μm ,计算结果如图 3 所示。其中图 3(a) 为采用不同阶数基函数情况下计算结果与理论值的对比,可以看出软件可以很好模拟带电粒子产生的电场,同时随着基函数的阶数增加,计算精度大幅提高;图 3(b) 为计算误差随基函数的阶数和时间步长的变化,可以看出采用高阶基函数和缩减时间步长能够进一步提高计算的精度;图 3(c) 为模拟得到的辐射电场分布图。



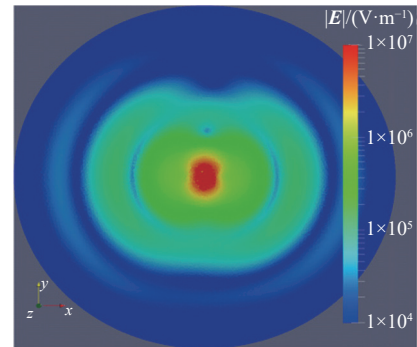
(a) 不同阶数基函数模拟得到的电场与理论值对比

(a) Comparison of the simulated field with analytic calculations for different-order basis function



(b) 不同阶数和时间步长对数值误差的影响

(b) Numerical errors with respect to the analytical solution is plotted for different orders and time steps



(c) 模拟得到的辐射电场幅值

(c) The magnitude of the radiated electric field profile

图 3 激光加速单粒子辐射场模拟结果^[37]

Fig. 3 Results for the radiated field of one particle accelerated by a laser beam^[37]

DGTD-PIC 软件也被用于模拟真空电子器件, 回旋振荡器作为一种能够产生高频电磁波的真空电子器件, 德国斯图加特大学和卡尔斯鲁厄理工大学的学者采用研制的 DGTD-PIC 软件对回旋管振荡器进行了数值模拟研究^[33]。回旋管的电子束电压为 79 kV、电流为 15 A, 回旋电子束的横纵速度比值为 1.5, 外部约束磁场为 1.16 T。采用四面体单元对三维模型进行网格剖分, 生成的面体网格剖视图如图 4 所示, 模拟得到 $y=0$ 处 $x-z$ 平面 E_y 剖面图如图 5 所示, 在 $z=50$ mm 处 $x-y$ 平面 E_ϕ 剖面图如图 6 所示, $z=0$ 处 $x-y$ 平面电子 $v_\perp$ 剖面图如图 7 所示。可以看出, 电子束横向速度实现了调制, 器件在电磁场与回旋电子束的高频相互作用区的模式分布稳定, 且与理论设计符合较好。



图 4 四面体网格的剖视图^[33]

Fig. 4 Cut-open view of tetrahedral grid^[33]

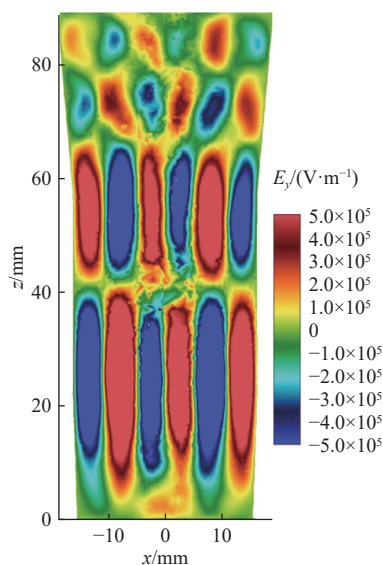


图 5 $y=0$ 处 $x-z$ 平面 E_y 剖面图^[33]

Fig. 5 E_y -field slice in the $x-z$ plane at $y=0$ ^[33]

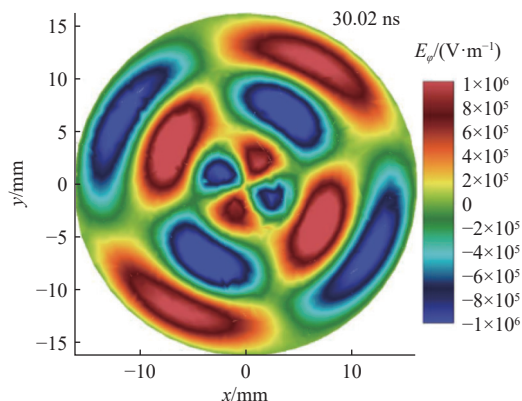


图 6 $z=50$ mm 处 $x-y$ 平面 E_ϕ 剖面图^[33]

Fig. 6 E_ϕ -field slice in the $x-y$ plane at $z=50$ mm^[33]

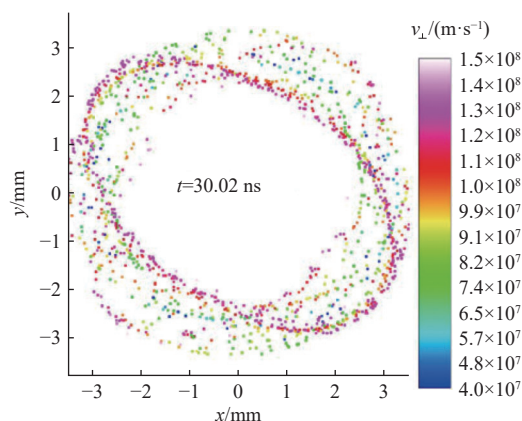


图 7 $z=0$ 处 $x-y$ 平面 $v_\perp$ 剖面图^[33]

Fig. 7 The tangential velocity $v_\perp$ slice of particles in the $x-y$ plane at $z=0$ ^[33]

5 展 望

DGTD-PIC 方法采用有限元网格生成技术, 实现了复杂结构内电磁场与带电粒子之间非线性相互作用的准确计算。目前 DG 方法已广泛应用于弹性力学问题、热传导问题以及可压缩流体等问题的研究, 通过将这些方程与全电磁粒子模拟方程耦合求解, 能够实现强电磁场相关多物理场问题的耦合计算。相比传统的基于 FDTD 方法的全电磁粒子模拟方法, DGTD-PIC 方法在提高计算精度的同时, 计算量会大幅增加, 主要包括电磁场的高阶算法以及带电粒子定位与推进, 因此需要进一步开展深入的研究, 如研制高效的数学计算模型, 利用大规模并行技术, 提高 DGTD-PIC 方法的计算性能; 研制基于超算的大规模并行计算软件, 针对实际工程需求开展相关的应用研究^[33,37-38]。

参考文献

- [1] 陈再高. 全电磁粒子模拟算法研究及软件研制进展[J]. 现代应用物理, 2023, 14(3): 030101.

- CHEN Z G. Progress of fully electromagnetic particle simulation method and its code development[J]. *Modern applied physics*, 2023, 14(3): 030101. (in Chinese)
- [2] BOOSKE J H. Plasma physics and related challenges of millimeter-wave-to-terahertz and high power microwave generation[J]. *Physics of plasmas*, 2008, 15: 055502.
- [3] 王建国. 真空电子器件的粒子模拟方法[J]. *现代应用物理*, 2013, 4(3): 251-262.
- WANG J G. Particle simulation method of vacuum electronic devices[J]. *Modern applied physics*, 2013, 4(3): 251-262. (in Chinese)
- [4] WANG J G, WANG G Q, WANG D Y, et al. A megawatt-level surface wave oscillator in Y-band with large oversized structure driven by annular relativistic electron beam[J]. *Scientific reports*, 2018, 8: 6978.
- [5] XI H Z, WANG J G, HE Z C, et al. Continuous-wave Y-band planar BWO with wide tunable bandwidth[J]. *Scientific Reports*, 2018, 8: 348.
- [6] CHEN Z G, WANG J G, WANG Y, et al. An optimization method of relativistic backward wave oscillator using particle simulation and genetic algorithms[J]. *Physics of plasmas*, 2013, 20(11): 113103.
- [7] CHEN Z G, WANG J G, WANG Y. Optimization of relativistic backward wave oscillator with non-uniform slow wave structure and a resonant reflector[J]. *Physics of plasmas*, 2015, 22(1): 014502.
- [8] CHEN J N, WANG J G, CHEN Z G. Study of SGEMP field-coupling inside and outside reentrant cavity[J]. *IEEE transactions on electromagnetic compatibility*, 2022, 64(4): 1182-1189.
- [9] 陈剑楠, 张茂钰, 刘利, 等. 结合 MCNP 的自恰近地面源区电磁脉冲数值模拟方法[J]. *现代应用物理*, 2022, 13(3): 30503.
- CHEN J N, ZHANG M Y, LIU L, et al. Self-consistent numerical simulation method of near ground source region electromagnetic pulse combined with MCNP[J]. *Modern applied physics*, 2022, 13(3): 30503. (in Chinese)
- [10] 王建国, 刘利, 刘胜利, 等. 高空核爆炸环境数值模拟[J]. *现代应用物理*, 2023, 14(1): 10101.
- WANG J G, LIU L, LIU S L, et al. Numerical simulations of environmental parameters of high-altitude nuclear explosion[J]. *Modern applied physics*, 2023, 14(1): 10101. (in Chinese)
- [11] WANG Y, WANG J G, CHEN Z G, et al. Three-dimensional simple conformal symplectic particle-in-cell methods for simulations of high power microwave devices[J]. *Computer physics communications*, 2016, 205: 1-12.
- [12] ZHOU J, LIU D G, LIAO C, et al. CHIPIC: an efficient code for electromagnetic PIC modeling and simulation[J]. *IEEE transactions on plasma science*, 2009, 37(10): 2002-2011.
- [13] YANG W Y, DONG Y, CHEN J, et al. Brief introduction and recent applications of a large-scale parallel three-dimensional PIC code named NEPTUNE3D[J]. *IEEE transactions on plasma science*, 2012, 40(7): 1937-1944.
- [14] WANG J G, ZHANG D H, LIU C L, et al. UNIPIC code for simulations of high power microwave devices[J]. *Physics of plasmas*, 2009, 16: 033108.
- [15] WANG J G, CHEN Z G, WANG Y, et al. Three-dimensional parallel UNIPIC-3D code for simulations of high-power microwave devices[J]. *Physics of plasma*, 2010, 17(7): 073107.
- [16] 葛德彪, 魏兵. 电磁波时域不连续伽略金方法[M]. 北京: 科学出版社, 2019: 4-7.
- [17] HESTHAVEN J S, WARBURTON T. Nodal high-order methods on unstructured grids: I. time-domain solution of Maxwell's Equations[J]. *Journal of Computational Physics*, 2002(181): 186-221.
- [18] GEDNEY S D, YOUNG J C, KRAMER T C, et al. A discontinuous Galerkin finite element time-domain method modeling of dispersive media[J]. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 2012, 60(4): 1969-1977.
- [19] LEE J, SACKS Z. Whitney elements time domain (WETD) methods[J]. *IEEE transactions on magnetics*, 31(3): 1325-329.
- [20] RAMACHANDRAN O H, KEMPEL L C, VERBONCOEUR J P, et al. A necessarily incomplete review of electromagnetic finite element particle-in-cell methods[J]. *IEEE transactions on plasma science*, 2023, 51(7): 1718-1728.
- [21] JACOBS G B, HESTHAVEN J S. High-order nodal discontinuous Galerkin particle-in-cell method on unstructured grids[J]. *Journal of computation physics*, 2006, 214: 96-121.
- [22] YAN S, JIN J M. A continuity-preserving and divergence-cleaning algorithm based on purely and damped hyperbolic Maxwell equations in inhomogeneous media[J]. *Journal of computation physics*, 2017, 334: 392-418.
- [23] MUNZ C, OMMES P, SCHNEIDER R. A three-dimensional finite-volume solver for the Maxwell equations with divergence cleaning on unstructured meshes[J]. *Computer physics communications*, 2000, 130: 83-117.
- [24] MUNZ C, OMNES P, SCHNEIDER R, et al. Divergence correction techniques for Maxwell Solvers based on a hyperbolic model[J]. *Journal of computational physics*, 2000, 161: 484-511.
- [25] PFEIFFER M, MUNZ C, FASOULAS S. Hyperbolic divergence cleaning, the electrostatic limit, and potential bound-

- ary conditions for particle-in-cell codes[J]. *Journal of computational physics*, 2015, 294: 547-561.
- [26] GEDNEY S D, ZHAO B. An auxiliary differential equation formulation for the complex-frequency shifted PML[J]. *IEEE transactions on antennas and propagation*, 2010, 58(3): 838-847.
- [27] COPPLESTONE S M, ORTWEIN P, MUNZ C. Complex-frequency shifted PMLs for Maxwell's equations with hyperbolic divergence cleaning and their application in particle-in-cell codes[J]. *IEEE transactions on plasma science*, 2017, 45(1): 2-14.
- [28] MOON H, TEIXEIRA F L, OMELCHENKO Y A. Exact charge-conserving scatter-gather algorithm for particle-in-cell simulations on unstructured grids: a geometric perspective[J]. *Computer physics communication*, 2015, 194: 43-53.
- [29] NA D, MOON H, OMELCHENKO Y A, et al. Local, explicit, and charge-conserving electromagnetic particle-in-cell algorithm on unstructured grids[J]. *IEEE transactions on plasma science*, 2016, 44(8): 1353-1362.
- [30] PINTO M C, JUND S, SALMON S, et al. Charge-conserving FEM-PIC schemes on general grids[J]. *Comptes rendus mecanique*, 2014, 342: 570-582.
- [31] STINDL T, NEUDORFER J, STOCK A, et al. Comparison of coupling techniques in a high-order discontinuous Galerkin-based particle-in-cell solver[J]. *Journal of physics D: applied physics*, 2011(44): 194004.
- [32] NEUDORFER J, STOCK A, FLAMM J, et al. Numerical investigation of high-order gyrotron mode propagation in launchers at 170 GHz[J]. *IEEE transactions on plasma science*, 2012, 40(6): 1512-1521.
- [33] STOCK A, NEUDORFER J, RIEDLINGER M, et al. Three-dimensional numerical simulation of a 30-GHz Gyrotron resonator with an explicit high-order discontinuous-Galerkin-based parallel particle-in-cell method[J]. *IEEE transactions on plasma science*, 2012, 40(7): 1860-1870.
- [34] WANG J G, WANG Y, ZHANG D H. Truncation of open boundaries of cylindrical waveguides in 2.5-dimensional problems by using the convolutional perfectly matched layer[J]. *IEEE transactions on plasma science*, 2006, 34(3): 681-690.
- [35] UMEDA T, OMURA Y, TOMINAGA T, et al. A new charge conservation method in electromagnetic particle-in-cell simulations[J]. *Computer physics communications*, 2003, 156: 73-85.
- [36] EASTWOOD J W. The virtual particle electromagnetic particle-mesh method[J]. *Computer physics communications*, 1991, 64: 252-266.
- [37] FALLAHI A, KARTNER F. Field-based DGTD/PIC technique for general and stable simulation of interaction between light and electron bunches[J]. *Journal of physics B: atomic, molecular and optical physics*, 2014, 47: 234015.
- [38] MUNZ C, AUWETER-KURTZ M, FASOULAS S, et al. Coupled particle-in-cell and direct simulation Monte Carlo method for simulating reactive plasma flows[J]. *Comptes rendus mecanique*, 2014, 342: 662-670.

作者简介



陈再高 (1983—), 男, 湖北人, 西北核技术研究所副研究员, 博士, 研究方向为瞬态强电磁场数值模拟技术研究。E-mail: chenzaigao@nint.ac.cn



齐红新 (1974—), 男, 湖北人, 华东师范大学副教授, 博士, 研究方向为电磁场数值算法和集成光子学。Email: hxqi@phy.ecnu.edu.cn



李炎培 (1999—), 女, 湖北人, 上海交通大学电子信息与电气工程学院博士研究生, 研究方向为多物理场耦合数值模拟技术研究。E-mail: liyanpei@sjtu.edu.cn